

Übungsblatt 12

Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 5. Februar 2009

Aufgabe 58

mündlich

Eine nichtdeterministische Orakel-Turingmaschine (NOTM) N heißt *strong* unter Orakel B , falls N^B bei jeder Eingabe x entweder mindestens eine akzeptierende oder mindestens eine verwerfende Rechnung ausführt, aber nicht beides. Eine NPOTM ist eine polynomiell zeitbeschränkte NOTM. Zeigen Sie:

$$\text{NP}^B \cap \text{coNP}^B = \{L(N^B) \mid N \text{ ist eine NPOTM, die strong unter } B \text{ ist}\}.$$

Aufgabe 59

mündlich

Zeigen Sie, dass $\text{NP} = \text{RP}$ genau dann gilt, wenn das Promise-Problem (1SAT, SAT) eine Lösung in BPP hat.

Aufgabe 60 Zeigen Sie:

mündlich

USAT ist in der Klasse $D^p = \{A \setminus B \mid A, B \in \text{NP}\}$ enthalten und hart für UP und für coNP.

Aufgabe 61

mündlich

Eine Funktion g heißt *parsimonious reduzierbar* auf eine Funktion h (kurz $g \leq_{\text{par}} h$), falls eine Funktion $f \in \text{FP}$ existiert, so dass für alle x gilt: $g(x) = h(f(x))$.

- (a) Zeigen Sie, dass die auf der Menge aller booleschen Formeln (mit Junktoren \neg , \wedge und \vee) definierte Funktion

$$\#\text{SAT} : F(x_1, \dots, x_n) \mapsto \|\{a \in \{0, 1\}^n \mid F(a) = 1\}\|$$

vollständig für #P unter parsimonious Reduktionen ist.

- (b) Folgern Sie, dass $\oplus\text{SAT}$ $\oplus\text{P}$ -vollständig ist.
(c) Zeigen Sie, dass Teil a) für jede vollständige Basis von Junktoren (wie z.B. $\{\wedge, \neg\}$, $\{\rightarrow, 0\}$ oder $\{\wedge, \oplus, 1\}$) gilt.

Aufgabe 62 Zeigen Sie:

mündlich

- (a) $\text{BP} \cdot \text{coNP} \subseteq \text{R} \cdot \text{coNP}$,
Hinweis: Modifizieren Sie den Beweis von $\text{BP} \cdot \text{coNP} \subseteq \exists \cdot \text{coNP}$ (vgl. Satz von Lautemann).
(b) $\text{BPP} \subseteq \text{R} \cdot \text{coNP} \cap \text{co}(\text{R} \cdot \text{coNP}) \subseteq \text{ZPP}^{\text{NP}}$,
(c) $\text{NP}^{\text{BPP}} \subseteq \text{ZPP}^{\text{NP}}$,
(d) $\text{NP} \subseteq \text{BPP} \Rightarrow \text{NP}^{\text{BPP}} = \text{BPP}$ (d.h. $\text{NP} \subseteq \text{BPP}$ impliziert $\text{PH} = \text{BPP}$).

Aufgabe 63 Zeigen Sie:

mündlich

- (a) $\oplus\text{P}^{\text{PH}} \subseteq \text{BPP}^{\oplus\text{P}} \subseteq \oplus\text{P}/\text{poly}$,
(b) $\text{PP}^{\text{PH}} \subseteq \text{P}^{\text{PP}}$.

Aufgabe 64

10 Punkte

Konstruieren Sie ein Orakel B mit $\text{NP}^B \neq \text{coNP}^B$.