

Mathematische Grundlagen der Wahrnehmung und Sensomotorik (SS07)

Aufgabe 3

Abgabe:	30. Mai, vor den Übungen
Besprechung:	30. Mai
Gesamtpunktzahl:	20 Punkte

A - Dynamik von Liebesbeziehungen (3 Punkte)

Im Modell $\mathbf{x}(t+1) := \tanh(\mathbf{W}\mathbf{x}(t))$, mit $\mathbf{x} := \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{W} := \begin{pmatrix} 1 + s_0 & a_0 \\ a_1 & 1 + s_1 \end{pmatrix}$ bedeute x_i die Stärke der Liebe ($x_i > 0$) bzw. des Hasses ($x_i < 0$), die Person i gegenüber Person $1 - i$ empfindet ($i = 0, 1$). Frei nach F. Riemanns *Grundformen der Angst* lassen sich vier Charakterzüge unterscheiden, die im angegebenen Modell wie folgt dargestellt werden können:

$$s_i := \begin{cases} +0.1 & \text{Person } i \text{ ist leidenschaftlich, liebt den Rausch und die Extase,} \\ -0.1 & \text{Person } i \text{ ist ein cooler Typ, hat immer alles unter Kontrolle.} \end{cases}$$
$$a_i := \begin{cases} +0.1 & \text{Person } i \text{ liebt die Zweisamkeit und die Geborgenheit einer Beziehung,} \\ -0.1 & \text{Person } i \text{ braucht Freiräume, will sich nicht von anderen einengen lassen.} \end{cases}$$

Auch Zwischenwerte oder bis zu dreimal so große Werte sind möglich, je nach Ausprägung. Legen Sie die Werte s_0 und a_0 für sich selbst fest und analysieren Sie wie es langfristig ausgeht, wenn Sie auf eine Person treffen, die die gleichen Eigenschaften wie Sie besitzt. Wiederholen Sie die Analyse für zwei andere Personen, auf die Sie treffen. Welche Eigenschaften hätte Ihr optimales Gegenüber? Bemerkung: Eine zeit-kontinuierliche Variante dieser Aufgabe befindet sich in *S. H. Strogatz: Nonlinear Dynamics and Chaos, Chapter 5.3 Love Affairs*.

B - Rekonstruktion eines Netzes (7 Punkte)

Beim Besuch des NASA Johnson Space Centers fällt Ihnen ein kleiner Roboter, der sich mit nur zwei Freiheitsgraden fortbewegt, durch sein intelligentes Verhalten auf. Aus Geheimhaltungsgründen will man Ihnen keine Details über sein Innenleben verraten – Sie werden mit der Bemerkung abgespeist, dass der Roboter von einem 2-Neuronen-Netz gesteuert würde. Als Sie das Gebäude verlassen, bemerken Sie jedoch zu Ihrem Glück einen Papierschnipsel, auf dem die Ausgangswerte des Roboters (vermutlich zu Testzwecken) ausgedruckt wurden. Leider können Sie auf dem mit Kaffee verschmierten Schnipsel zuhause nur den folgenden kleinen Abschnitt sicher entziffern:

$$\mathbf{x}(t) = \left\{ \dots, \begin{pmatrix} 0.0436272 \\ 0.5740814 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.0310435 \\ 0.5789619 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.0186243 \\ 0.5840997 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0.0064450 \\ 0.5894434 \end{pmatrix}, \dots \right\}$$

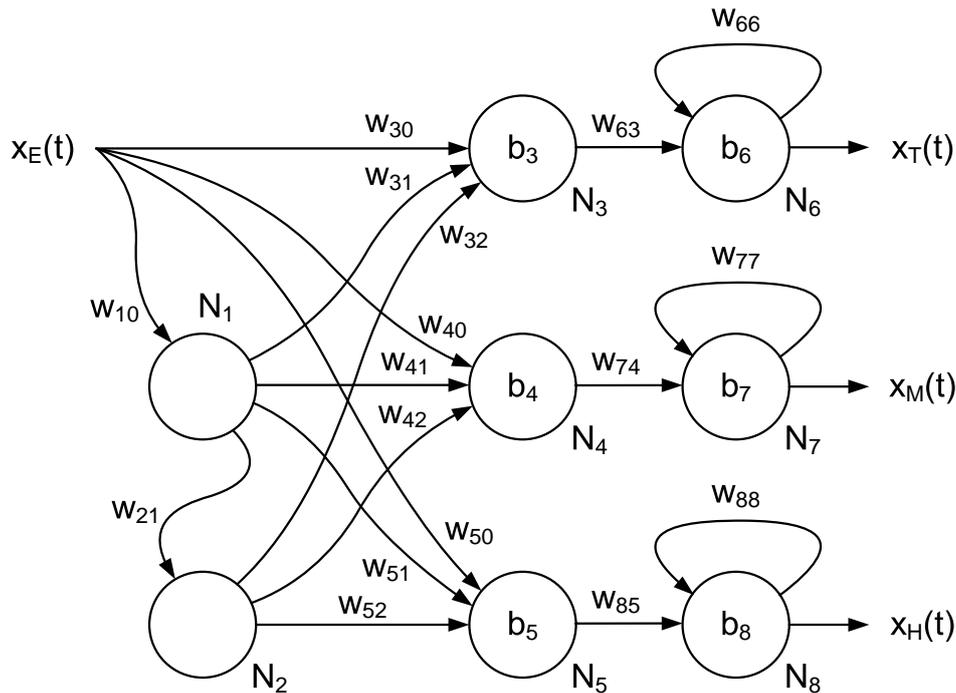
Mit Bleistift steht am Rand noch *masked sensors* geschrieben. Offensichtlich waren also während des Testausdrucks die Sensoren abgeklebt, so dass Sie von einem Netz mit konstanten Biaswerten ausgehen können, also $\mathbf{x}(t+1) := \tanh(\mathbf{W}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b})$.

Rekonstruieren Sie die vollständige Gewichtsmatrix \mathbf{W} des Roboters. Welche Biaswerte \mathbf{b} lieferten die abgeklebten Sensoren? Bestimmen Sie die Attraktoren und Basins (inkl. Grafik) des Netzes. Geben Sie alle instabilen Fixpunkte an. Analysieren und diskutieren Sie für einen

instabilen Fixpunkt Ihrer Wahl die Eigenwerte. Überprüfen Sie Ihre Aussagen mit Hilfe eines Vektordiagramms des Phasenraums, in welchem auch ein paar zufällige Trajektorien eingezeichnet sind.

C - Lichtorgel (10 Punkte)

Bereiten Sie zunächst eine Audiodatei zum Einlesen in Scilab vor (betont rhythmisches Musikstück, 60 Sekunden Dauer, 16 bit, 44.1 kHz, Mono). Die ersten und letzten 5 Sekunden sollen Nullpegel haben, das Ein- und Ausblenden der Musik soll ebenfalls jeweils 5 Sekunden dauern und die Musik soll die Spitzenpegel von -1 bis $+1$ ausschöpfen. Die so vorbereitete Audiodatei dient als Eingangssignal $x_E(t)$ für das hier abgebildete neuronale Netz mit 8 Neuronen:



Ziel ist es, an den drei Ausgängen $x_T(t)$, $x_M(t)$ und $x_H(t)$ den aktuellen Anteil an tiefen, mittleren und hohen Tönen auszugeben. Wenn der Eingang auf Nullpegel liegt, sollen auch alle drei Ausgänge zum Nullpegel zurückkehren. Außerdem sollen in den Ausgangssignalen keine Audioanteile mehr vorhanden sein. Insgesamt sind 23 Gewichte und Biaswerte einzustellen.

Am besten setzen Sie zunächst alle Werte auf Null. Wählen Sie w_{10} und w_{21} so, dass an den Ausgängen von N_1 und N_2 keine Verzerrungen auftreten (siehe Aufgabe 2). Wählen Sie dann $w_{30} \dots w_{32}$ so, dass am Ausgang von N_3 nur noch die tiefen Töne ankommen. Wiederholen Sie die Prozedur mit $w_{40} \dots w_{42}$ für die mittleren Töne und mit $w_{50} \dots w_{52}$ für die hohen Töne. Erstellen Sie ein Frequenzdiagramm, in welchem die drei Filterkurven zusammen abgebildet sind. Speichern Sie die Ausgangssignale von $N_3 \dots N_5$ in drei separaten Audiodateien ab.

Als nächstes verschieben Sie den Biaswert b_3 so, dass die negativen Halbwellen des Signals in der negativen Sättigung verschwinden, die positiven Halbwellen aber gut abgebildet werden. Eventuell empfiehlt es sich, die drei Eingangsgewichte von N_3 mit einem Faktor 1.0...3.0 zu multiplizieren, um die Amplitude anzuheben.

Setzen Sie $w_{66} = 1 - \varepsilon_T$ und $w_{63} = \varepsilon_T$. In welcher Funktion arbeitet N_6 und was wird über ε_T eingestellt? Mit b_6 muss der Bias von N_3 ausgeglichen werden – wie hängt b_6 von b_3 und w_{63} ab? Wiederholen Sie den Vorgang für die restlichen Gewichte und Biaswerte. Unter Umständen können ε_M und ε_H etwas größer gewählt werden als ε_T (warum?). Erstellen Sie eine Grafik, in der für die letzten 20 Sekunden der Audiodatei (Musik, Ausfaden, Nullpegel) x_E sowie die Ausgangssignale aller 8 Neuronen untereinander zu sehen sind (EEG-Darstellung).

Exportieren Sie alle 100 Millisekunden (d.h. alle 4410 Datenwerte) eine Grafik im GIF-Format, auf der die drei Ausgangssignale bunt visualisiert werden (z.B. blauer, roter und gelber Balken mit sich verändernder Höhe). Verwenden Sie Software Ihrer Wahl, um die 600 GIFs zusammen mit der Musik zu einem einminütigen Film zusammenzusetzen.

Bemerkung

Es empfiehlt sich, die Lösung der Aufgaben nicht allzu lang hinauszuschieben. Diskutieren Sie Unklarheiten und Lösungsansätze offen über GOYA mit dem *gesamten* Kurs. Planen Sie einen Tag Zeit ein, bis Sie Antwort erhalten haben. Manche Fragestellungen benötigen etwas Kreativität und Sie kommen besser zur Einsicht, wenn Sie Pausen einlegen und später nochmal darüber nachdenken. Versuchen Sie auf jeden Fall nicht nur Gewichte zu raten oder auszuprobieren, sondern auch zu begreifen bei welcher Arbeitspunkteinstellung die Neuronen welche Funktionalität haben.