

## Übungsblatt 6

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 25.–29. 11. 2013  
 Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 15:00 am 4. 12. 2013

### Aufgabe 42

10 Punkte

Eine **linksreguläre** Grammatik darf nur Regeln der Bauart  $A \rightarrow a$ ,  $A \rightarrow Ba$  oder  $A \rightarrow \varepsilon$  enthalten. Der Begriff einer rechtsregulären Grammatik ist analog definiert, entspricht also dem in der Vorlesung definierten Typ einer regulären Grammatik.

Gegeben seien die beiden Grammatiken

$$G_1 = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow ababS, abab\}, S) \text{ und}$$

$$G_2 = (\{S, T\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aS, abT; T \rightarrow aT, abS, ab\}, S).$$

- Geben Sie einen regulären Ausdruck sowie eine links- und eine rechtsreguläre Grammatik für die Sprache  $L(G_1)$  an. *(mündlich)*
- Zeigen Sie allgemein, dass eine Sprache genau dann von einer linksregulären Grammatik erzeugt wird, wenn es eine rechtsreguläre Grammatik für sie gibt. *(mündlich)*
- Geben Sie einen regulären Ausdruck sowie eine links- und eine rechtsreguläre Grammatik für die Sprache  $L(G_2)$  an. *(6 Punkte)*
- Lassen sich mit Grammatiken, die nur Produktionen der Form  $A \rightarrow a$ ,  $A \rightarrow Ba$ ,  $A \rightarrow aB$  und  $A \rightarrow \varepsilon$  enthalten, auch nicht-reguläre Sprachen erzeugen? Begründen Sie Ihre Antwort. *(4 Punkte)*

### Aufgabe 43

5 Punkte

Finden Sie Grammatiken für die folgenden Sprachen über  $\Sigma = \{a, b\}$ :

- $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ kommt } abab \text{ als Teilwort vor}\}$ , *(mündlich)*
- $L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{jeder zweite Buchstabe in } w \text{ ist ein } a\}$ , *(mündlich)*
- $L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ kommen doppelt soviele } a\text{'s wie } b\text{'s vor}\}$ . *(5 Punkte)*

Begründen Sie jeweils die Korrektheit Ihrer Grammatik.

### Aufgabe 44

Betrachten Sie den untenstehenden DFA  $M$ .

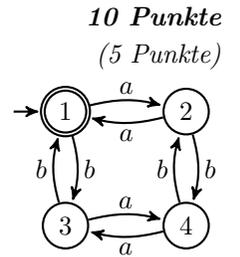
- Geben Sie für  $M$  eine äquivalente reguläre Grammatik an.
- Geben Sie für die reguläre Grammatik  $G = (\{A, B\}, \{a, b\}, P, A)$  mit den Regeln

$$P: A \rightarrow aB, a, \varepsilon$$

$$B \rightarrow bA, b$$

einen äquivalenten NFA an. *(5 Punkte)*

Benutzen Sie jeweils das Verfahren aus der Vorlesung.



### Aufgabe 45

mündlich

- Die Sprache  $L = \{x \in \{a, b\}^* \mid ax = xa\}$  ist regulär.
- Wenn  $A$  kontextfrei ist, dann ist  $A^*$  regulär.
- Wenn  $A^*$  regulär ist, dann ist  $A$  kontextfrei.
- Falls  $A, C$  kontextfreie Sprachen mit  $A \subseteq B \subseteq C$  sind, dann ist auch  $B$  kontextfrei.
- Für kontextfreie Sprachen  $A, B$  sind auch  $A \setminus B$  und  $A \Delta B$  kontextfrei.
- Falls  $A, B$  kontextfreie Sprachen mit  $A = BC$  sind, dann ist auch  $C$  kontextfrei.
- Falls  $A$  kontextfrei ist und  $A \subseteq B$  gilt, dann kann  $B$  regulär sein.
- Eine kontextfreie Grammatik in CNF ist immer eindeutig.

### Aufgabe 46

5 Punkte

$$L = \{a^i b^j c^k d^l \mid i = 0 \text{ oder } j = k = l\},$$

dass die Umkehrung des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen im Allgemeinen falsch ist.

### Aufgabe 47

mündlich

Die Funktion  $l_{reg}(l_{kfr})$  weise einer Sprache  $L$ , die die Konklusion des Pumping-Lemmas für reguläre (kontextfreie) Sprachen erfüllt, ihre Pumpingzahl und allen anderen Sprachen den Wert  $\infty$  zu. Eine Sprache  $T \subseteq \Sigma^*$  über einem unären Alphabet  $\Sigma = \{a\}$  heißt *tally*. Zeigen Sie:

- Für jede Sprache  $L$  gilt  $l_{kfr}(L) \leq l_{reg}(L)$ .
- Für jede tally Sprache  $T$  gilt  $l_{kfr}(T) = l_{reg}(T)$ .
- Für jede tally Sprache  $T$  mit  $l = l_{reg}(T) < \infty$  gilt: Falls ein Wort  $a^n$  mit  $n \geq l$  zu  $T$  gehört, so enthält  $T$  alle Wörter  $a^{n+i!}$  für  $i \geq 1$ . *(optional)*
- Jede tally Sprache  $T$  mit  $l = l_{reg}(T) < \infty$  ist regulär. *(optional)*  
*Hinweis:* Finden Sie endliche Sprachen  $A, B \subseteq T$  mit  $T = A \cup B\{a^l\}^*$ .
- Es gibt keine tally Sprache in  $CFL \setminus REG$ . *(optional)*