Übungen zur Komplexitätstheorie Wintersemester 06/07

Johannes Köbler

Übungsblatt 2

Aufgabe 4

Betrachten Sie die Menge der Palindrome $L = \{x \in \Sigma^* \mid x = x^R\}$, wobei x^R das Wort ist, bei dem die Symbole von x in umgekehrter Reihenfolge aufgeschrieben sind. Beschreiben Sie sowohl eine 1-DTM als auch eine 2-DTM, die L entscheidet.

Aufgabe 5 (schriftlich, 10 Punkte)

Zeigen Sie: Jede $s(n)$-platzbeschränkte Offline-k-TM kann von einer $s(n)$-platzbeschränkten Offline-2-TM simuliert werden.

Aufgabe 6

Zeigen Sie: Jede Sprache, die von einer k-NTM in $f(n)$ vielen Schritten entschieden wird, kann auch von einer 2-NTM in $\mathcal{O}(f(n))$ vielen Schritten entschieden werden.

Aufgabe 7

Sei M eine Turingmaschine. Für jedes Wort $x \in \{0,1\}^*$, für das eine Eingabe $y \in \{0,1\}^*$ mit $M(y) = x$ existiert, bezeichne

$$K_M(x) = \min\{|y| \mid y \in \{0,1\}^*, M(y) = x\}$$

die **Kolmogorov-Komplexität** von x bezüglich M. Zeigen Sie:

a) Es gibt eine TM U, so dass für jede TM M eine Konstante c existiert, so dass für alle Wörter $x \in \{0,1\}^*$ gilt:

$$K_U(x) \leq K_M(x) + c.$$

Hinweis: Benutzen Sie eine universelle TM.

Für die beiden folgenden Teilaufgaben definieren wir $K(x) = K_U(x)$.

b) Es gibt eine Konstante c, so dass für alle Wörter $x \in \{0,1\}^*$ gilt: $K(x) \leq |x| + c$.

c) Für alle $n \geq 0$ gibt es ein Wort x der Länge n mit $K(x) \geq n$.

d) Geben Sie (möglichst enge) untere und obere Schranken für $K(0^n)$ an.