

Aufgaben zur “Stochastik für Informatiker”

Aufg. 12)

15 Urnen von 3 unterschiedlichen Typen (z.B. Zylinder, Prisma, Kugel) sind mit insgesamt 51 schwarzen und weißen Kugeln gefüllt, wie in der folgenden Tabelle angegeben:

Typ	Anzahl	schwarze Kugeln	weiße Kugeln
I	2	10	15
II	6	8	2
III	7	10	6

- a) (2P) Eine Kugel wird willkürlich gezogen. Sie ist schwarz. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß sie aus einer Urne vom Typ I stammt?
- b) (2P) Es ist die Wahrscheinlichkeit zu bestimmen, daß bei 2 Ziehungen beide Male eine weiße Kugel gezogen wird, wenn man die zuerst gezogene Kugel vor dem zweiten Zug zurücklegt.

Aufg. 13) (Expertensystem)

Aus medizinischen Untersuchungen sei bekannt, daß die Symptome S_1 und S_2 bei (genau) drei Krankheiten K_1, K_2 und K_3 auftreten können, und zwar mit (bedingten) Wahrscheinlichkeiten $a_{ij} = P(S_j|K_i)$, $i = 1, 2, 3, j = 1, 2$, die in Matrixform wie folgt gegeben sind:

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.3 \\ 0.2 & 0.9 \\ 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$$

Die a-priori-Wahrscheinlichkeiten für die Krankheiten K_1, K_2 und K_3 seien durch den Vektor $\vec{k} = (0.3, 0.6, 0.1)$ gegeben.

- a) (3P) Bestimmen Sie die bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(K_i|S_j)$, $j = 1, 2, i = 1, 2, 3$!
- b) (3P) Seien die bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(S_1 \cap S_2|K_i)$, $i = 1, 2, 3$ gegeben durch den Vektor $\vec{c} = (0.2, 0.1, 0.3)$.

Nehmen wir an, ein Patient weist Symptom S_1 , nicht aber S_2 auf. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß er unter K_1, K_2 bzw. K_3 leidet?

(Hinweis: $P(S_1 \cap \overline{S_2}) = P(S_1) - P(S_1 \cap S_2)$)