

Probeklausur

Besprechung am 10.–13. 2. 2009 in den Übungen

Hinweise zur Klausur:

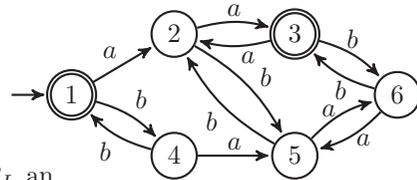
- Die Klausur findet am Dienstag, 24.02.2009 um 9 Uhr in RUD26, 0'115 statt.
- Voraussetzung zur Teilnahme ist der Übungsschein.
- Die Bearbeitungszeit der Aufgaben wird 120 Minuten betragen.
- Hilfsmittel sind nicht zugelassen.
- Bitte bringen Sie zur Klausur Ihren Studenten- und einen Lichtbildausweis (Personalausweis, Reisepass oder Führerschein) mit.

Hinweis zur Probeklausur:

- Für die Probeklausur sollten Sie von einer Bearbeitungszeit von 180 Minuten ausgehen (d.h. 1 Punkt entspricht 1 Minute).

Aufgabe 1 Sei L die von dem DFA M erkannte Sprache: 25 Punkte

- Geben Sie für jedes Wortpaar $x, y \in \{\varepsilon, aa, abb, bbb\}$ an, ob xR_Ly gilt oder nicht. Begründen Sie.
- Minimieren Sie M mit dem Verfahren aus der Vorlesung.
- Geben Sie ein Repräsentantensystem für R_L an.



Aufgabe 2 30 Punkte

Arithmetische Ausdrücke über dem Alphabet $\Sigma = \{1, +, -, [,]\}$ und ihre Werte sind induktiv wie folgt definiert:

- 1 ist ein arithmetischer Ausdruck mit dem Wert $val(1) = 1$.
- Falls A und A' arithmetische Ausdrücke sind, so sind auch $[A + A']$ und $[A - A']$ arithmetische Ausdrücke mit den folgenden Werten:

$$val([A + A']) = val(A) + val(A') \text{ und } val([A - A']) = val(A) - val(A').$$

- Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G für die Sprache L aller arithmetischen Ausdrücke über Σ an.
- Geben Sie für L einen DPDA M an.
- Zeigen Sie, dass die Sprache $L_0 = \{x \in L \mid val(x) = 0\} \notin CFL$ ist.

Aufgabe 3 15 Punkte

Geben Sie eine kontextsensitive Grammatik für $L = \{x\#x^R\#x \mid x \in \{a, b\}^*\}$ an.

Aufgabe 4 Stimmen folgende Aussagen? Begründen Sie. 25 Punkte

- Für kontextfreie Sprachen A, B ist auch $A - B$ kontextfrei.
- Falls A, B kontextfreie Sprachen mit $A = BC$ sind, dann ist auch C kontextfrei.
- Falls A kontextfrei ist und $A \subseteq B$ gilt, dann kann B regulär sein.
- Eine kontextfreie Grammatik in CNF ist immer eindeutig.
- Wenn A semi-entscheidbar und B entscheidbar ist, dann ist $B - A$ unentscheidbar.

Aufgabe 5 Zeigen Sie, dass folgendes Problem unentscheidbar ist: 15 Punkte

Gegeben: Eine kontextfreie Grammatik G .

Gefragt: Enthält $L(G)$ ein Palindrom?

Hinweis: Zeigen Sie, dass der Schnitt $L_1 \cap L_2$ von zwei Sprachen L_1 und L_2 genau dann nicht leer ist, wenn die Sprache $\{x\#y^R \mid x \in L_1, y \in L_2\}$ ein Palindrom enthält.

Aufgabe 6 30 Punkte

Bestimmen Sie für die folgenden Sprachen, ob sie entscheidbar, rekursiv aufzählbar oder nicht rekursiv aufzählbar sind. Begründen Sie Ihre Antwort.

- $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid L(M_w) \neq \emptyset\}$,
- $L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid 0L(M_w) = L(M_w)1\}$,
- $L_3 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \exists x \in \{0, 1\}^* : M_w(x) \neq 0\}$,
- $L_4 = L_1 \cup L_2$,
- $L_5 = L_1 \cap L_2$.

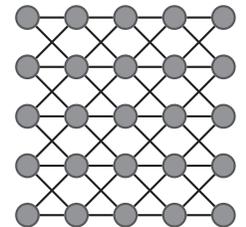
Aufgabe 7 15 Punkte

Zeigen Sie, dass das Problem 5-COLOR, für einen gegebenen Graphen G zu entscheiden, ob er 5-färbbar ist, NP-vollständig ist.

Aufgabe 8 25 Punkte

Bestimmen Sie für nebenstehenden Graphen G die folgenden Parameter. Begründen Sie Ihre Antwort.

- $\chi(G) = \min\{k \geq 1 \mid G \text{ ist } k\text{-färbbar}\}$,
- $\omega(G) = \max\{\|C\| \mid C \text{ ist eine Clique in } G\}$,
- $\mu(G) = \max\{\|M\| \mid M \text{ ist ein Matching in } G\}$,
- $\alpha(G) = \max\{\|S\| \mid S \text{ ist stabil in } G\}$,
- $\beta(G) = \min\{\|K\| \mid K \text{ ist eine Kantenüberdeckung in } G\}$.



Geben Sie zudem an, ob G eine Eulerlinie, eine Eulertour, einen Hamiltonpfad oder einen Hamiltonkreis besitzt. Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.