

Übungsblatt 7

Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 18. Dezember 2014

Aufgabe 35 Zeigen Sie:

mündlich

- Das Problem SUBGI, für zwei Graphen G und H zu entscheiden, ob G isomorph zu einem Teilgraphen von H ist, ist NP-vollständig.
- Das Problem TAUT, für eine gegebene boolesche Formel F die Allgemeingültigkeit zu entscheiden, ist co-NP-vollständig.
- Das Problem, für einen gegebenen gerichteten Graphen G zu entscheiden, ob er stark zusammenhängend ist, ist NL-vollständig.
- Das Independent Set Problem für bipartite Graphen liegt in P.
- Das Erfüllbarkeitsproblem für KNF-Formeln F , in denen jede Variable höchstens zweimal vorkommt, liegt in P.
- Das Erfüllbarkeitsproblem für 3-KNF-Formeln, in denen jede Variable höchstens dreimal vorkommt, ist NP-vollständig.
- Das Erfüllbarkeitsproblem für 3-KNF-Formeln, in denen alle Klauseln aus genau drei verschiedenen Literalen bestehen und in denen jede Variable höchstens dreimal vorkommt, liegt in P.
- Das Problem 3-COLORING, für einen Graphen G zu entscheiden, ob er 3-färbbar ist, ist NP-vollständig.

Hinweis: Reduzieren Sie NAESAT \leq 3-COLORING.

Aufgabe 36

mündlich

Zeigen Sie, dass QBF PSPACE-vollständig ist.

Aufgabe 37

mündlich

Zeigen Sie, dass eine Sprache L genau dann in RP liegt, wenn es eine PM M gibt, die niemals ? ausgibt, keinen Fehler macht (d.h. es gilt $\Pr[M(x) = \bar{L}(x)] = 0$ für alle x) und deren erwartete Laufzeit bei allen Eingaben $x \in L$ polynomiell beschränkt ist. Finden Sie eine analoge Charakterisierung für $L \in ZPP$.

Aufgabe 38

mündlich

Für eine p -balancierte Sprache B sei

$$\text{bias}_B(x) = \Pr_{y \in_R \{0,1\}^{p(n)}} [x \# y \in B] - 1/2.$$

Weiter sei

$$\text{BP}' \cdot \text{C} = \{\exists \geq 1/2 B \mid B \in \text{C} \text{ ist } p\text{-balanciert und } |\text{bias}_B(x)| = 1/n^{\mathcal{O}(1)}\}$$

und

$$\text{R}' \cdot \text{C} = \{\exists B \mid B \in \text{C} \text{ ist } p\text{-balanciert und } \#B(x) \notin [1, 2^{p(n)}/n^{\mathcal{O}(1)}]\}.$$

Zeigen Sie, dass $\text{BP}' \cdot \text{C} = \text{BP} \cdot \text{C}$ (bzw. $\text{R}' \cdot \text{C} = \text{R} \cdot \text{C}$) ist, falls C unter majority- (bzw. disjunktiven) Reduktionen abgeschlossen ist.

Aufgabe 39

10 Punkte

- Sei E die Kantenrelation eines gerichteten Graphen G . Zeigen Sie, dass sich dann die reflexive transitive Hülle E^* von E durch $E^* = (E \cup \text{Id})^{n-1}$ darstellen lässt.
- Reduzieren Sie REACH auf CIRVAL, indem Sie zu jedem gerichteten Graphen G mit n Knoten einen Schaltkreis c der Tiefe $\mathcal{O}(\log^2 n)$ ohne Eingänge konstruieren mit $c = 1$ gdw. $G \in \text{REACH}$.
- Zeigen Sie, dass Sprachen in $\text{NSPACE}(s(n))$, $s(n) \geq \log n$, Schaltkreise der Tiefe $\mathcal{O}(s(n)^2)$ und Größe $2^{\mathcal{O}(s(n))}$ haben.