

## Übungsblatt 7

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 3.–7. 12. 2012  
 Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 15:00 am 12. 12. 2012*

**Aufgabe 48** Betrachten Sie die Sprache

*mündlich*

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \leq \#_b(w)\}.$$

- (a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik  $G$  für  $L$  an.
- (b) Wandeln Sie  $G$  mit dem Verfahren aus der Vorlesung in eine CNF-Grammatik  $G'$  für die Sprache  $L(G) \setminus \{\varepsilon\}$  um.
- (c) Testen Sie mit dem CYK-Algorithmus, ob das Wort *abbab* von Ihrer Grammatik  $G'$  erzeugt wird.

**Aufgabe 49**

*10 Punkte*

Gegeben sei die Grammatik  $G = (V, \Sigma, P, S)$  mit  $V = \{S, L, R\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$  und den Regeln  $P: S \rightarrow LR, SS, a; L \rightarrow a; R \rightarrow SR, b$ .

- (a) Geben Sie eine explizite Beschreibung für  $L(G)$  an. *(3 Punkte)*

*Hinweis:* Betrachten Sie zunächst die Produktionsmenge  $P' = P \setminus \{S \rightarrow a\}$ .

- (b) Wenden Sie den CYK-Algorithmus an, um die Zugehörigkeit von  $aaaabb = a^4b^2$  zu  $L(G)$  zu testen. *(7 Punkte)*

**Aufgabe 50**

*mündlich, optional*

Ein EPDA (extended PDA) ist ein 6-Tupel  $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, E)$ . Dabei haben  $Z$ ,  $\Sigma$ ,  $\Gamma$  und  $q_0$  die gleiche Funktion wie bei einem PDA und  $E \subseteq Z$  ist eine Menge von Endzuständen. Die Überföhrungsfunktion hat die Form

$$\delta: Z \times \Sigma^* \times \Gamma^* \rightarrow \mathcal{P}_e(Z \times \Gamma^*),$$

wobei  $\{(q, w, \alpha) \mid \delta(q, w, \alpha) \neq \emptyset\}$  endlich ist. Analog zum PDA überföhrt eine Anweisung  $qu\alpha \rightarrow p\gamma$  die Konfiguration  $(q, uv, \alpha\beta)$  in die Folgekonfiguration  $(p, v, \gamma\beta)$

(in Zeichen:  $(q, uv, \alpha\beta) \vdash (p, v, \gamma\beta)$ ). Das Kelleranfangszeichen entfällt. Die von  $M$  akzeptierte Sprache ist

$$L(M) = \{x \in \Sigma^* \mid \exists p \in E : (q_0, x, \varepsilon) \vdash^* (p, \varepsilon, \varepsilon)\}.$$

- (a) Zeigen Sie, dass  $\{L(M) \mid M \text{ ist ein EPDA}\} = \text{CFL}$  ist.
- (b) Zeigen Sie, dass ohne die Bedingung „ $\{(q, w, \alpha) \mid \delta(q, w, \alpha) \neq \emptyset\}$  ist endlich“ jede Sprache  $L \subseteq \Sigma^*$  von einem EPDA erkannt wird.
- (c) Welche Sprachen können von PDAs erkannt werden, die Überföhrungsfunktionen der Form  $\delta: Z \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Z \times \Gamma^*)$  haben?

**Aufgabe 51**

*10 Punkte*

Welche der folgenden Sprachen sind kontextfrei? Begründen Sie.

- (a)  $L_1 = \{a^l b^m a^n \mid m \leq \max(l, n)\}$ , *(mündlich)*
- (b)  $L_2 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \#_a(w) < \#_b(w) < \#_c(w)\}$ , *(mündlich)*
- (c)  $L_3 = \{a^n b^m \mid 0 \leq n \leq m \leq 2n\}$ , *(5 Punkte)*
- (d)  $L_4 = \{baba^2ba^3b \dots ba^{n-1}ba^n b \mid n \geq 1\}$ . *(5 Punkte)*

**Aufgabe 52**

*mündlich*

Sei  $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$  eine Grammatik mit den Regeln

$$P: S \rightarrow aB, bA, A \rightarrow a, aS, bAA, B \rightarrow b, bS, aBB.$$

- (a) Geben Sie alle Satzformen  $\alpha$  von  $G$  der Länge  $|\alpha| \leq 4$  an.
- (b) Geben Sie eine explizite Beschreibung für  $L(G)$  an.
- (c) Konstruieren Sie aus  $G$  einen PDA  $M$  mit dem Verfahren aus der Vorlesung.
- (d) Zeigen Sie  $aabbab \in L(G)$ , indem Sie eine Links- und eine Rechtsableitung sowie einen Ableitungsbaum und eine akzeptierende Rechnung von  $M$  angeben.
- (e) Ist  $G$  mehrdeutig?

**Aufgabe 53** Für zwei Sprachen  $A, B \subseteq \Sigma^*$  sei

*10 Punkte*

$$\text{embed}(A, B) = \{uvw \in \Sigma^* \mid v \in A \wedge uv \in B\}.$$

Zeigen Sie:

- (a) Wenn  $B$  kontextfrei ist, so ist auch  $\text{embed}(\{\#\}, B)$  kontextfrei. *(3 Punkte)*
- (b) Wenn  $A$  und  $B$  kontextfrei sind, so ist auch  $\text{embed}(A, B)$  kontextfrei. *(7 Punkte)*