

## Skript für das Brückenprojekt

Für die Veranstaltung ist eine Gruppe für den Brückenbau geplant. Zu Beginn der Arbeit werden die Grundlagen zum Thema Tragen und Stützen, welche die Basis von Brücken bilden, erarbeitet. Anschließend werden die Schülerinnen durch gezielte Veranschaulichungen zum „echten Bogen“ hingeführt. Nach dem Bau eines (oder auch zweier) großer Bögen finden sich die Schülerinnen zusammen und bauen gemeinsam eine historische Brücke nach – die Leonardbrücke. Dabei werden erst kleine und anschließend das große Modell erbaut.

### 1. Tragen und Stützen

Den Einstieg bildet der *Transport eines wirklich schweren Steines*. Verschiedene Schülerinnen werden gebeten, den Stein vom Boden anzuheben und dann ein Stück weit zu tragen. Die Frage „Wie würdest du den Stein tragen, wenn du ihn sehr weit transportieren müsstest?“ wird wahrscheinlich zu der Antwort „vor dem Bauch“, „auf der Schulter“ oder „auf dem Rücken in einem Rucksack“ führen. Dies wird ausprobiert und die Schülerinnen kommentieren ihre Empfindungen.

Anschließend wird der Transport auf dem Kopf wie bei den Eingeborenen in Afrika angeregt und durchgeführt, so dass Vergleiche möglich sind. Wir haben dafür einen Schutzhelm und helfen und sichern die Tragende!

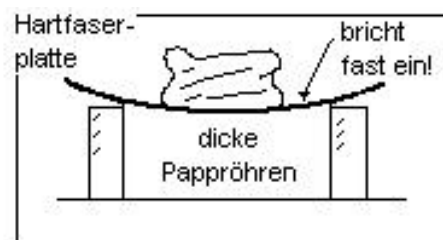
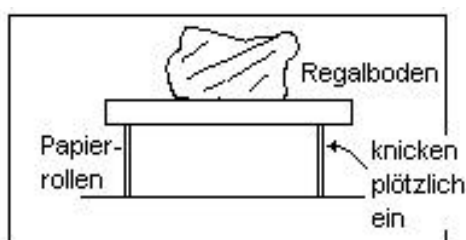
Mit den direkt beteiligten und den beobachtenden Schülern werden die „Erlebnisse“ und die *Beobachtungen beim Heben und Tragen der schweren Last* besprochen und in Stichpunkten an der *Tafel* notiert:

- ? Stein schwer, Kraftanstrengung nötig, Körper angespannt
- ? beim Tragen vorm Bauch große Spannung im gesamten Körper (vor allem Arme und Beine), Neigung des Körpers nach hinten
- ? beim Tragen auf der Schulter schon wesentlich angenehmer, weniger Spannung nötig (aber Druckschmerz auf der Schulter), Neigung zur Seite
- ? Tragen im Rucksack relativ angenehm, Last auf den Schultern zu spüren, Körperhaltung leicht nach vorn gebeugt
- ? beim Tragen auf dem Kopf kaum Last zu spüren, nur so ein ungewohntes Druckgefühl in Hals und Rücken; sehr aufgerichtete Haltung

Ein *weiteres Phänomen* wird den Schülern „kommentarlos“ gezeigt:

Der schwere Stein wird auf einem „Tisch“ gelagert. Zwei „Tische“ werden erprobt, wie in der Skizze:

- (links) 4 *schlanke Säulen* aus je einem Blatt Papier werden auf den Boden gestellt und ein *stabiles Regalbrett* (ca. 80 x 25 cm) darauf gelegt. Auf diesen „Tisch“ wird nun sehr langsam und vorsichtig der große Stein gelegt (langsam, damit eine stabile Lage gefunden wird, ohne dass der Tisch umfällt). Die dünnen Beine dieses Tisches tragen die Last nicht, sie werden gestaucht und knicken plötzlich ein.



- (rechts) die Beine werden durch 4 *dicke Papprollen* oder kurze Kanthölzer gebildet. Als Tischplatte wird eine *dünne Platte* aufgelegt. Nun passt die dünne Platte nicht zu den dicken Beinen. Der Stein wird vorsichtig aufgelegt, wobei sich die Platte immer weiter unter der Last biegt, je mehr der Stein freigegeben wird. Wenn der Stein völlig frei liegt, ist die Platte schließlich sehr stark gekrümmt trägt aber die Last noch. (In der Vorbereitung ist die Position der Rolle so zu ermitteln, dass sich das Brett stark biegt aber nicht durchbricht!)

Die *Beobachtungen* an diesem einfachen Bauwerk aus Stützen und Träger werden nun zusammengefasst. Die Papierröllchen werden genauer untersucht. Mindestens eine wurde durch Stauchung auf eine kleine Länge (ca. 2 cm) dicht und gleichmäßig gefaltet, die übrigen geknickt und platt gedrückt.

An der *Tafel* werden nun die *Eigenschaften der Beine (Stützen) und der Tischplatten (Träger)* zusammengestellt:

? Stütze (Säule): Belastung nicht sichtbar.

Bei Überlast wird die Stütze gestaucht und knickt plötzlich ein!

? Träger (Balken): Belastung als Biegung sichtbar.

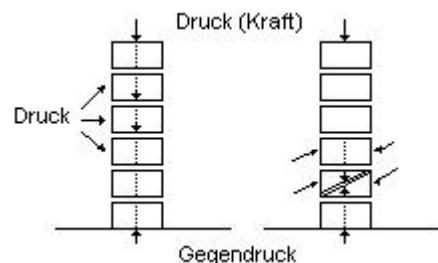
Bei Überlast bricht der Träger, man „ahnt“ es und „fühlt“ die Biegung mit.

Ein *Rückblick auf die Trageversuche* mit dem Stein können die Merkmale von Stütze und Träger wieder gefunden werden. Nur wenn der Stein auf dem Kopf getragen wird, wird der gesamte Körper zur Stütze. Wird er vor dem Bauch getragen, so werden Arme und Oberkörper wie Träger auf Biegung belastet, die Spannungen sind fühlbar.

Jetzt sind die Schülerinnen in der Lage die Begriffe Stütze und Träger zu präzisieren. Wir gelangen so zu einer noch qualitativen Kennzeichnung der *Stütze* und des *Trägers (FOLIE!)*:

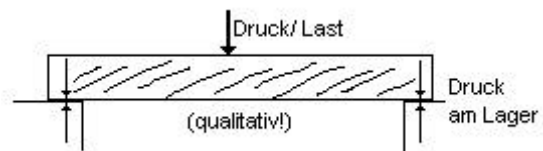
*Stütze:*

- von Oberfläche wirkender Druck (Kräfte) wird auf Unterlage übertragen
- Unterlage stellt Gegenkraft
- Stütze kann aus Bausteinen bestehen mit horizontalen Flächen
- evtl. Abgleiten bei schräger Grenzfläche zeigen
- Stütze kann Zug nicht standhalten



*Träger:*

- Träger leitet in der Mitte wirkende Kraft nach außen (wie er das macht kommt später!)
- Die Biegung nimmt bei Belastung zu, sie bewirkt das Tragen! (Je stärker die Last, desto größer die Biegung!)



Als weiteres Hilfsmittel beim Transport oder der Lagerung schwerer Gegenstände u.ä. führen wir durch passende Versuche (Anheben des Steines mit unterschiedlichen Fäden oder Seilen) das *Seil* ein. Die Ähnlichkeiten mit der Stütze sind offenkundig:

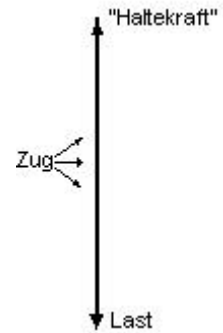
? Man sieht dem Seil die Belastung nicht an, es reißt ganz plötzlich.

? Im Gegensatz zur Stütze kann das Seil jedoch nur Zug und keinen Druck aufnehmen.

Das Seil kann deshalb als das Gegenstück zur Stütze, als „Inverse“ oder „Antistütze“ bezeichnet werden:

Seil:

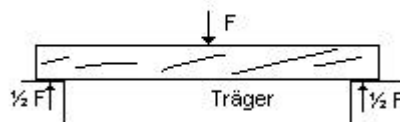
- Unten am Seil wirkender Zug wird nach oben übertragen.
- Die Halterung oben muss den Zug aufnehmen, also die Gegenkraft (den Gegenzug) liefern.
- Ein Seil kann keinen Druck weiterleiten.



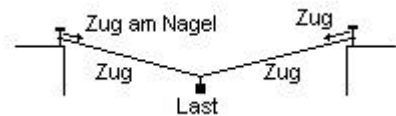
*Problem:* Beim Seil und bei der Stütze ist unmittelbar einsichtig, wie sich die darauf wirkenden Kräfte weiterleiten. Wie kommt aber die Kraftwirkung durch die Last in der Mitte des Trägers nach außen zu den Auflagern, wobei eine Biegung beobachtet wird? Woher hat der Träger also die Kraft, die Last zu tragen?

Der *Stein* wird auf das *stabile Regalbrett* gelegt, welches links und rechts von zwei Schülerinnen gehalten wird. Der Stein liegt nicht in der Mitte, daher stellt eine Schülerin fest, dass ihre Seite schwerer ist. Das ändert sich erst, wenn der Stein in der Mitte liegt:

*Die Kraftwirkung in der Mitte des Trägers verteilt sich je zur Hälfte auf die Auflager.*



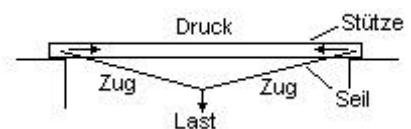
*Statt des Regalbrettes benutzen wir ein Seil*, welches an jedem Ende von einer Schülerin gehalten wird und befestigen die Last an seiner Mitte. Jetzt ziehen die Mädchen an jedem Ende und heben so mit dem Seil den Stein an. Auf Aufforderung der anderen Teilnehmerinnen sollen sie den Stein höher heben. Dem kommen sie nur unter großer Anstrengung nach. Dabei ist deutlich mehr Kraft nötig als beim direkten Heben des Steines.



Je mehr das Seil gespannt ist, also je größer der Winkel zwischen den Seilenden ist, desto größer ist zum Anheben des Steines notwendige Kraft.

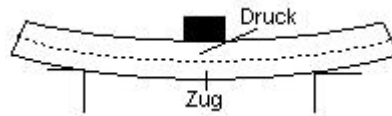
Während des Hebens mit einem Seil werden die beiden Schülerinnen zueinander hin gezogen.

„Wenn wir eine *Leiste zwischen die Schultern/* Seilenden klemmen, zieht der Stein die beiden nicht mehr zueinander.“ – dies ist ein Vorschlag, welcher aus der Gruppe kommt. Leiste mit Seil und angehängtem Stein können nun auf zwei Tische gelegt werden oder wie ein Brett gehalten. Im Unterschied zum Brett biegt sich die Leiste nicht durch. Sie bleibt vollkommen gerade. Der Träger wurde durch Seil und Leiste ersetzt. In dieser Leiste wirkt nun ein Druck, den das Seil mit seinem Zug auf die Enden ausübt. Je größer die Last ist, desto größer sind Zug und Druck.



Wenn man Träger durch Stütze und Seil ersetzen kann, stellt sich die *Frage, ob es auch im Träger Druck und Zug gibt*. Woran könnte man dies erkennen? Von der Gruppe gegebene Antworten: Unter Druck werden Körper gestaucht, also verkürzt. Bei Zug werden sie gedehnt, also länger.

Ist dies auch *an einem Träger beobachtbar?* – ist eine Frage von den Schülerinnen. Für eine entsprechende Veranschaulichung eignet sich ein *Modelträger aus Schaumgummi*. Wird dieser belastet, biegt er sich. Jetzt kann die Länge der Oberseite und der Unterseite gemessen und verglichen werden: die Oberseite verkürzt und die Unterseite verlängert sich, wogegen die Mittellinie fast unverändert ist.



Diese Beobachtung kann man auch am *Regalboden* machen.

Aus diesen Längenveränderungen schließen wir schließlich: Im Träger entsteht durch die Biegung im oberen Bereich Druck und im unteren Zug (siehe Abbildung).

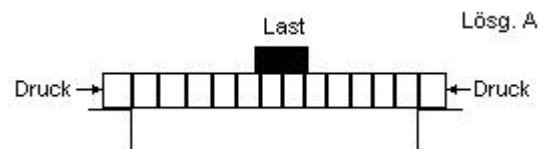
D.h. *Damit ein Träger tragen kann, muss er sich biegen.*

## 2. Bögen und Brücken

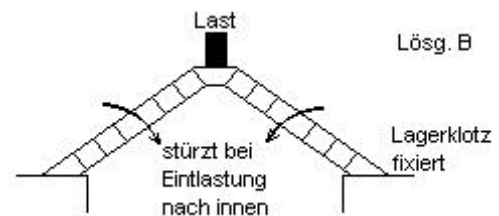
In den Mittelpunkt der folgenden Betrachtung wird jetzt das Problem gerückt: Wie kann man aus den einzelnen Bausteinen eine stabile Brücke bauen? (Motivation: Brückenbau, wenn Träger nicht lang genug!)

Mit Holzklötzen werden verschiedene Lösungen erprobt:

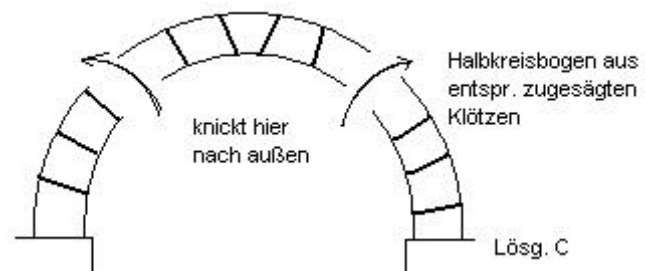
*Lösung A* trägt nur, wenn auf die Klötze ein hoher Druck ausgeübt wird (Beispiel: Reihe von Büchern, welche aneinander gedrückt belastbar ist, sonst aber nicht hält).



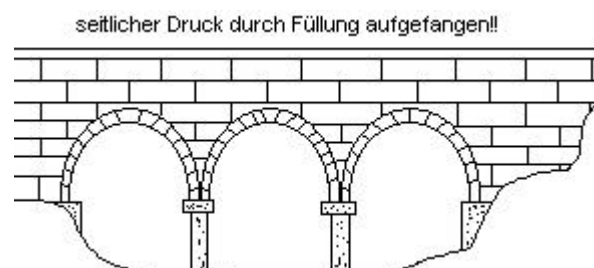
*Lösung B* ist nur stabil, wenn auf der Spitze eine genügend hohe Last wirkt. Ohne diese bricht die Brücke zusammen! Die genaue Beobachtung zeigt, dass die Seiten nach innen stürzen.



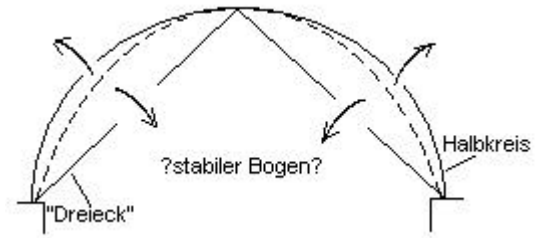
*Lösung C* zeigt einen Halbkreisbogen, wie er tatsächlich an vielen Brücken gesehen werden kann! Er wird mit Hilfe einer Lehre aufgebaut, stürzt jedoch ein, wenn diese entfernt wird! Eine genaue Beobachtung zeigt, dass die seitlichen Bogenteile nach außen knicken und dann in die Mitte einstürzt.



Bauwerke mit solchen Halbkreisbögen sind seitlich immer ausgefüllt! Von außen wirkt dort also stets eine Kraft, welche das Einstürzen verhindert. Wir können bei unserem Halbkreisbogen diese seitliche Last durch Überlegen einer schweren Kette erzeugen, nun hält der Boden!

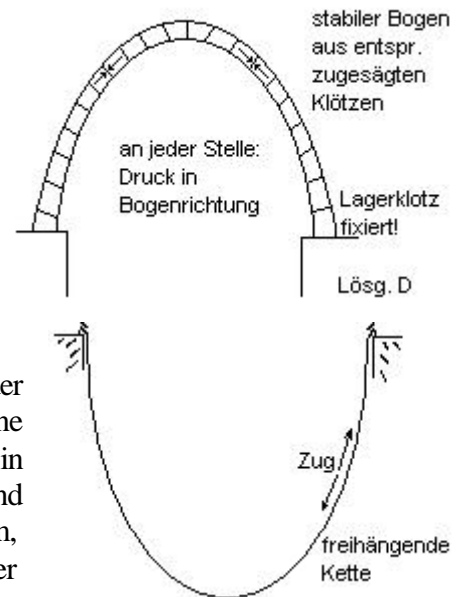


Gibt es nicht doch einen stabilen Bogen? Es gibt doch große, weit gespannte Brücken aus einem freien Bogen z.B. über die Autobahn?! Der Vergleich von Lösung B (stürzt nach innen) und Lösung C (stürzt nach außen) lässt vermuten, dass es zwischen diesen beiden Bögen einen stabilen geben könnte!



Lösung D kann „freihändig“ nach und nach aufgebaut werden! Welche Form hat der Bogen? Wie sieht der Kräfteverlauf im Bogen aus?

Beim Bau des Bogens kann man zeigen, dass der Bogen an jeder Stelle ununterbrochen und durch eine Unterstützung (mit dem Finger) in Richtung des Bogens gehalten werden kann. Wie in einer Stütze wirkt die Kraft überall in Richtung der Klötze bzw. senkrecht zur Stoßfläche der Klötze. Im Bogen herrscht nur Druck in Bogenrichtung!



Im Gegensatz zur Stütze herrschen im Seil bzw. in der Kette statt der „Druckkräfte“ nur „Zugkräfte“. Eine hängende Kette bildet also einen Bogen in dem nur Zug in Richtung der Kettenlinie herrscht. Das hängende Seil und der stabile Bogen (Lösung D) haben also die gleiche Form, man nennt sie *Kettenlinie*. Die mathematische Form dieser Kurve wird im Anhang 1 abgeleitet!

### 3. Echter Bogen

An Hand des 2. Abschnittes wird die Form des echten Bogens erarbeitet, weshalb bleibt er stehen, wie kann er belastet werden, ...

Nach dem jede Schülerin aus kleineren Holzspalten die Modelle erprobt und gebaut hat, wird ein großer Bogen (oder auch zwei unterschiedlicher Größe) aus Ytonsteinen gebaut. Dieser wird vor dem Gebäude errichtet.

Hierfür werden folgende Materialien benötigt: Ytonsteine, Bleche, Sägen, Schraubzwingen, Papierbögen (Blätter), lange Kette

An eine freie Wand wird ein großes aus Tapetenbahnen zusammengeklebtes Stück Papier geklebt. Mit einer langen Kette wird die Form des Bogens festgelegt und genau auf dem Papier nachgezeichnet. (Der Bogen kann so eine Höhe von 150 cm und eine Breite von 250 cm haben).

Der Plan wird auf den Boden gelegt. Mit der langen Seitenkante werden die Steine auf die Kurve gelegt und so verteilt, dass genau im höchsten Punkt ein Stein, der sogenannte Schlussstein liegt. Bei diesem beginnend werden nacheinander die Stoßkanten der Steine bearbeitet: Die Neigung (die Schnittfläche muss senkrecht auf der lokalen Tangente an den Bogen stehen, d.h. senkrecht zum Bogenverlauf an dieser Stelle stehen) wird auf den Stein übertragen. Die Kante kann mit dem Fuchsschwanz entsprechend zugesägt werden. So entsteht nach und nach der Bogen auf dem Boden. Jede Stoßkante muss sauber passen!

Für den Aufbau werden die untersten Steine im richtigen Abstand und Winkel eingegraben, um sie gegen das Verrutschen zu sichern.

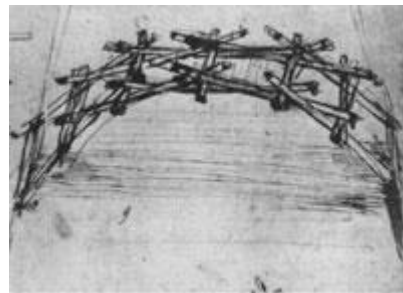
#### 4. Leonardobrücke

Leonardo da Vinci plante 1483 eine Konstruktion einer sehr leichten und leicht zu transportierenden bogenförmigen Brücke.

„ Ich habe eine Anleitung zur Konstruktion sehr leichter und transportabler Brücken, mit denen der Feind verfolgt und in die Flucht geschlagen werden kann.“

Diese besteht aus relativ kurzen Balken. Sie ist ohne viel Zeitaufwand zu konstruieren und aus leichtem Material. Leonardo vereinte hierbei statische und Prinzipien der Materialfestigkeit. Man kann die Genialität Leonardos nachvollziehen, indem man nach der Originalzeichnung die Brücke baut. Das Schöne dabei ist, dass man mit einer kleinen Brücke beginnen kann, die nur aus zwei „Modulen“ besteht, und diese dann schrittweise zu einer immer größeren Brücke erweitern kann.

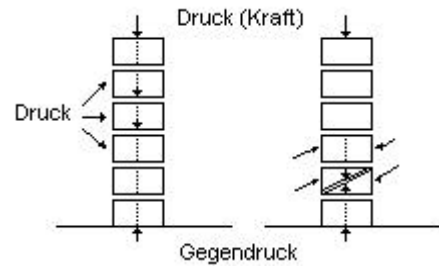
Hat man die Brücke errichtet, so ist man erstaunt über die Tragfähigkeit, die Selbststabilisierung der Brücke bei Belastung und über die verhältnismäßig große Spannweite, die mit den kurzen Hölzern, ohne weitere Befestigungen wie Seile und Nägel erreicht werden kann.



FOLIE:

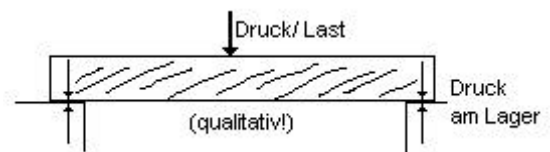
*Stütze:*

- von Oberfläche wirkender Druck (Kräfte) wird auf Unterlage übertragen
- Unterlage stellt Gegenkraft
- Stütze kann aus Bausteinen bestehen mit horizontalen Flächen
- evtl. Abgleiten bei schräger Grenzfläche zeigen
- Stütze kann Zug nicht standhalten



*Träger:*

- Träger leitet in der Mitte wirkende Kraft nach außen (wie er das macht kommt später!)
- Die Biegung nimmt bei Belastung zu, sie bewirkt das Tragen! (Je stärker die Last, desto größer die Biegung!)



Bei Fragen und Anmerkungen :

Email an:

[Yvonne.Unger@physik.hu-berlin.de](mailto:Yvonne.Unger@physik.hu-berlin.de)