Wiederholung aus der lin. Algebra:

Def. Skalarprodukt (SP) in dem Vektorraum $(\mathbb{R}^n, +, \cdot)$ über den Körper $(\mathbb{R}, +, \cdot)$:

Die Abbildung $\langle \cdot, \cdot \rangle : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ heißt SP, wenn gilt:

(1) $\langle u, v \rangle = \langle v, u \rangle$ f.a. $u, v \in \mathbb{R}^n$

(2) $\langle u_1 + u_2, v \rangle = \langle u_1, v \rangle + \langle u_2, v \rangle$ f.a. $u_1, u_2, v \in \mathbb{R}^n$

(3) $\langle \lambda \cdot u, v \rangle = \lambda \cdot \langle u, v \rangle$ f.a. $u, v \in \mathbb{R}^n$ und $\lambda \in \mathbb{R}$

(4) $\langle u, u \rangle \geq 0$ f.a. $u \in \mathbb{R}^n$ und

$\langle u, u \rangle = 0$ gdw $u = \Theta_n$.

Nullpkt in $\mathbb{R}^n$.

Bemerkung: Der einfachheitshalber bezeichnen wir den Vektorraum (VR) $(\mathbb{R}^n, +, \cdot)$ oft nur mit $\mathbb{R}^n$.