Beispiel 1:

Ein Ernährungsberater bereitet eine Diät vor, die aus zwei verschiedenen Lebensmitteln A und B besteht.
Jede Einheit A beinhaltet 20g Eiweiß, 12g Fett, 30g Kohlhydrate und kostet 60 Cent.
Jede Einheit von B beinhaltet 30g Eiweiß, 6g Fett, 15g Kohlhydrate und kostet 40 Cent.

Die Diät muss folgende Minimumanforderungen erfüllen: Sie muss mindestens 60g Eiweiß, 24g Fett und 30g Kohlhydrate beinhalten.

Wieviel Einheiten von jedem Lebensmittel muss die Diät beinhalten, so dass die Minimumanforderungen erfüllt sind und dabei minimale Kosten entstehen?

Zur Lösung:

Zuerst wird modelliert:

Sei x_1 die Anzahl der Einheiten v. A, die die Diät beinhaltet, und
sei x_2 die Anzahl der Einheiten v. B, die die Diät beinhaltet.

Die wichtigen Daten zusammengefasst:

	Eiweiß	Fett	Kohlhydrate	Kosten
A	20g/E	12g/E	30g/E	60 Cent
B	30g/E	6g/E	15g/E	40 Cent
Mindestmengen	60g	24g	30g	

$\Rightarrow$ Zielfunktion: $60x_1 + 40x_2 \longrightarrow \min$

Restriktionen: $r_1: 20x_1 + 30x_2 \geq 60 \Leftrightarrow 2x_1 + 3x_2 \geq 6$
$r_2: 12x_1 + 6x_2 \geq 24 \Leftrightarrow 2x_1 + x_2 \geq 4$
$r_3: 30x_1 + 15x_2 \geq 30 \Leftrightarrow 2x_1 + x_2 \geq 2$
$r_4, r_5: x_1, x_2 \geq 0$

Offensichtlich ist r_3 überflüssig, denn es folgt aus r_2.

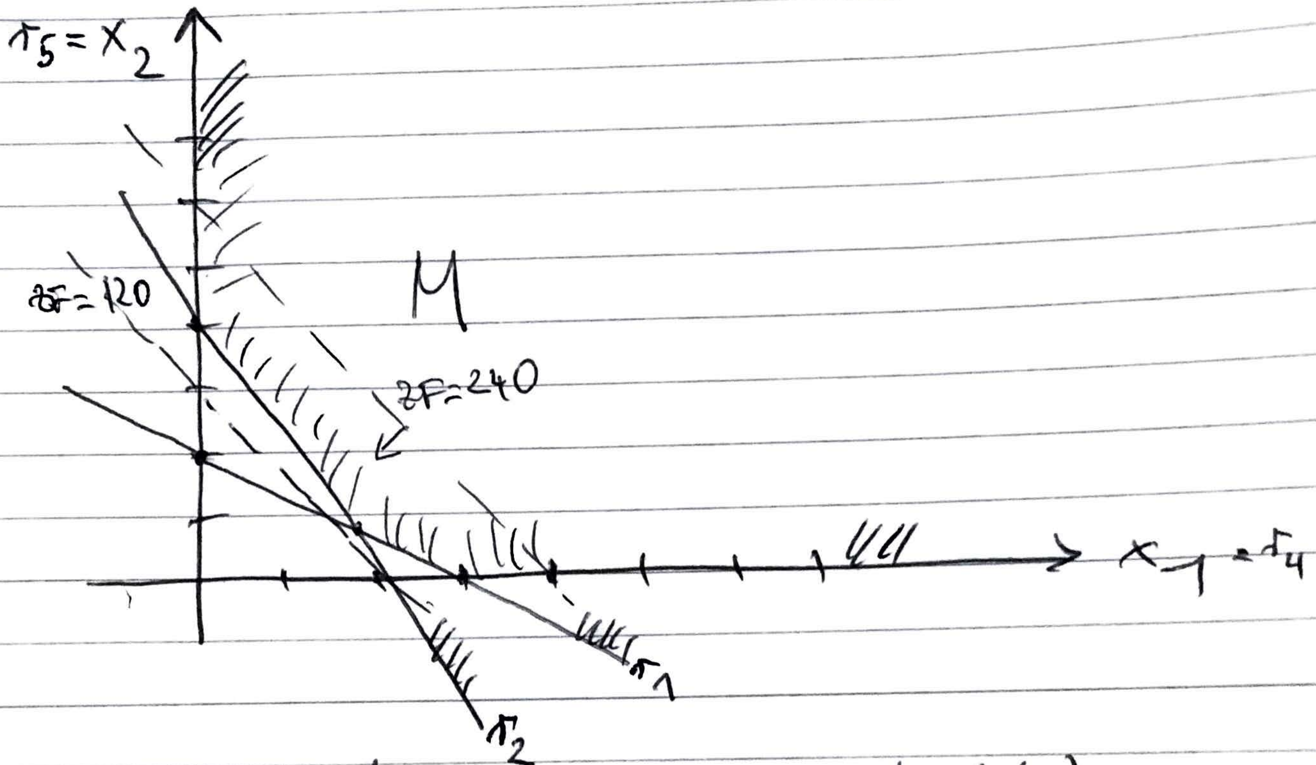
r_1 beschreibt die Halbebene, die durch die Gerade $2x_1 + 3x_2 = 6$ und den Nullpkt nicht enthält. Die Gerade ist def. z.B. durch die Pkte $(0,2)$ u. $(3,0)$.

analog:
r_2: $(0,4), (2,0)$.

Die Zielfunktion wird durch parallelen Geraden beschrieben: Wir setzen 2x unterschiedliche konstante Werte ein um die Richtung zu sehen:

ZF: $60x_1 + 40x_2 = 120 \Rightarrow (2,0)\ (0,3)$

$60x_1 + 40x_2 = 240 \Rightarrow (4,0)\ (0,6)$



Wir suchen den (die) Pkt(e), der (die) zuletzt von der ZF-Gerade berührt wird, unter Berücksichtigung der Richtung.

Hier ist es offenbar der Schnittpkt von r_1 und r_2, d.h. der Pkt erfüllt

$2x_1 + 3x_2 = 6$

und $2x_1 + x_2 = 4$.

Das ist der Pkt mit $x_1 = 3/2$ und $x_2 = 1$.

Damit haben wir die Lineare Optimierungsaufgabe gelöst: Vom A sollen $3/2$ Einheiten und von B 1 Einheit zu dem Diät gehören. Der Preis ist dann

$60 \cdot \frac{3}{2} + 40 \cdot 1 = 130$ Cent. $\square$