

# Mathematik 2 für Lehramtskandidaten der Informatik

## Übung 10

Abgabe 18.7.2002

### Erfüllbarkeit und Gültigkeit in der Prädikatenlogik

1. (4.5 Punkte) Untersuchen Sie die aussagenlogische Erfüllbarkeit sowie die aussagenlogische Gültigkeit folgender Ausdrücke und begründen Sie, welche Schlüsse über ihre prädikatenlogische Erfüllbarkeit und Gültigkeit Sie daraus ziehen können und welche nicht!

(a)  $H_1 = (\forall x_1(A_1^1x_1 \vee A_2^1x_2) \rightarrow (\exists x_1F_1^1(x_1) = a_0 \rightarrow \forall x_1(A_1^1x_1 \vee A_2^1x_2)))$

(b)  $H_2 = \forall x_1(x_1 = a_0 \rightarrow (x_1 = a_1 \rightarrow x_1 = a_0))$

(c)  $H_3 = \forall x_1\neg x_1 = x_1$

2. (4.5 Punkte) Untersuchen Sie die Erfüllbarkeit und Gültigkeit folgender Ausdrücke. Wieviele verschiedene Interpretationen müssen Sie maximal untersuchen, um eine Antwort mit alleiniger Hilfe des Klassenkalküls zu finden?

(a)  $H_4 = ((\forall x(A_1^1x \rightarrow A_2^1x) \wedge \forall x(A_2^1x \rightarrow A_3^1x)) \rightarrow \forall x(A_1^1x \rightarrow A_3^1x))$

(b)  $H_5 = ((\forall x(A_1^1x \rightarrow A_2^1x) \wedge \forall x(A_1^1x \rightarrow A_3^1x)) \rightarrow \forall x(A_2^1x \rightarrow A_3^1x))$

(c)  $H_6 = \forall x_1\exists x_2\forall x_3((A_1^1x_1 \wedge A_2^1x_2) \vee ((A_1^1x_3 \leftrightarrow A_2^1x_2) \rightarrow A_1^1x_2))$

3. (3 Punkte) Untersuchen Sie die Erfüllbarkeit ( $H \in ef?$ ) des folgenden Ausdrucks, der mit Klammersparregel Anwendung notiert ist!

(a)  $H_7 = \forall x_0(x_0 = a_0 \vee x_0 = a_1) \wedge \neg a_0 = a_1 \wedge \forall x_0\neg F_1^1(x_0) = x_0 \wedge \forall x_0\forall x_1(F_1^2(x_0, x_1) = a_1 \leftrightarrow x_0 = a_1 \wedge x_1 = a_1) \wedge \forall x_0\forall x_1F_2^2(x_0, x_1) = F_1^1(F_1^2(F_1^1(x_0), F_1^1(x_1)))$