

Aufgaben zur “Stochastik für Informatiker”

Aufg. 23) (2 P.) Es sei $U \sim R(0, 1)$ und $X = g(U) = -\frac{1}{\lambda} \ln U, \lambda > 0$. Welche Dichte hat die zufällige Variable X ? (Hinweis: Benutzen Sie die Transformationsformel für Dichtefunktionen!)

Aufg. 24) (3 P.) Eine zufällige Variable X heißt logarithmisch normalverteilt, falls $\ln X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Welche Dichte hat die zufällige Variable X ?

Aufg. 25) (2 P.) Es seien X, Y unabhängig und identisch verteilt mit

$$P(X = k) = P(Y = k) = \frac{1}{2^k} \quad (k = 1, 2, \dots, n, \dots)$$

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(\min\{X, Y\} \leq x)$!

b) Bestimmen Sie $P(\max\{X, Y\} \leq x)$!

Aufg. 26) (3 P.) Es seien X und Y unabhängige, identisch verteilte Zufallsgrößen mit endlichem Erwartungswert. Beweisen Sie die Ungleichung

$$E|X + Y| \geq E|X - Y|.$$

Hinweis: Für $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ist $|\alpha + \beta| - |\alpha - \beta| = 2 \operatorname{sign}(\alpha\beta) \min\{|\alpha|, |\beta|\}$.

Aufg. 27) (+5 P.) Es seien U, V, W unabhängige und $R(0, 1)$ -verteilte zufällige Variablen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat die quadratische Gleichung

$$Ux^2 + Vx + W = 0$$

reelle Lösungen?

(Hinweis: Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist $\frac{3 \ln 4 + 5}{36}$.)