Institut für Informatik

Priv.-Doz. Dr. W. Kössler

Aufgaben zur "Stochastik für Informatiker"

Aufg. 36) (+3 P.) Eine Zufallsvariable heißt Cauchy-verteilt, $X \sim Cauchy$, falls sie die Dichtefunktion

$$f(x) = \frac{1}{\pi}\frac{1}{1+x^2}$$

hat. Seien $X_1, X_2 \sim Cauchy$. Berechnen Sie die Dichte von $X_1 + X_2$. Wie sieht die Dichte von $\overline{X}$ aus?

Hinweis: Faltungsformel, Partialbruchzerlegung.

Aufg. 37) Eine Zufallsvariable (T_1, T_2) heißt zweidimensional exponentialverteilt mit den Parametern $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$, falls die Verteilungsfunktion die Gestalt

$$F(t_1, t_2) = \begin{cases} 1 - e^{-(\lambda_1+\lambda_3)t_1} - e^{-(\lambda_2+\lambda_3)t_2} + e^{-\lambda_1 t_1 - \lambda_2 t_2 - \lambda_3 \max(t_1,t_2)} & t_1 > 0, t_2 > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

hat.

a) (2 P.) Bestimmen Sie die Randverteilungen von (T_1, T_2)!

b) (2 P.) Zeigen Sie: T_1 und T_2 sind unabhängig, und exponentialverteilt genau dann wenn $\lambda_3 = 0$.

Aufg. 38) Zwei Eisenbahngesellschaften setzen je einen Zug (Berlin-Hamburg) ein. Insgesamt 1000 Personen wählen den Zug zufällig aus, jeweils mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$.

a) (2 P.) Wie groß sollte eine Eisenbahngesellschaft die Anzahl der Sitzplätze in den Zügen wählen, damit die Wahrscheinlichkeit, dass wenigstens einer seiner Fahrgäste stehen muss, geringer ist als 0.01?

b) (2 P.) Das Konkurrenzunternehmen will ein preisgünstigeres Angebot machen, und dafür kürzere Züge mit nur 510 Sitzplätzen einsetzen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fahrgast stehen muss?

c) (2 P.) Nach dem das zweite Unternehmen wegen Kundenunfreundlichkeit pleite ging, wurde es vom ersten aufgekauft. Wie groß ist jetzt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fahrgast (in einem der Züge) stehen muss?

Hinweis: Grenzwertsatz von Moivre-Laplace.