HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
Mathematische Schülergesellschaft
Priv.-Doz. Dr. W. Kössler

Wintersemester 2004/05
Blatt 1

Übungsaufgaben

Aufg. 1) Zeigen Sie (ohne Verwendung der Grenzwertsätze)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^2+n}{n^2-1} = 1.$$

Aufg. 2) Zeigen Sie die Bernoulli-Ungleichung

$$(1+a)^n \geq 1 + n \cdot a$$

für alle reelen Zahlen $a, a > -1$.

Hinweis: Induktion.

Aufg. 3) Zeigen Sie die Dreiecksungleichung

$$|a+b| \leq |a| + |b|$$

für alle reellen Zahlen a,b.

Hinweis: Fallunterscheidung.

Aufg.4 Seien (a_n) und (b_n) Folgen reeller Zahlen mit

$$\lim_{n\to\infty} a_n = a \qquad \lim_{n\to\infty} b_n = b$$

und α eine beliebige reelle Zahl.

Zeigen Sie die Grenzwertsätze

a) $\lim_{n\to\infty}(\alpha a_n) = \alpha a$

b) $\lim_{n\to\infty}(a_n b_n) = ab.$

Aufg.5) Berechnen Sie den Grenzwert der Folge

$$\left(\frac{3n^2+\sqrt{n^3+n^2-1}}{4n^2+2n+1}\right).$$