

Übungsaufgaben

Aufg. 1) Zeigen Sie (ohne Verwendung der Grenzwertsätze)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n}{n^2 - 1} = 1.$$

Aufg. 2) Zeigen Sie die Bernoulli-Ungleichung

$$(1 + a)^n \geq 1 + n \cdot a$$

für alle reellen Zahlen a , $a > -1$.

Hinweis: Induktion.

Aufg. 3) Zeigen Sie die Dreiecksungleichung

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

für alle reellen Zahlen a, b .

Hinweis: Fallunterscheidung.

Aufg.4 Seien (a_n) und (b_n) Folgen reeller Zahlen mit

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a \quad \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = b$$

und α eine beliebige reelle Zahl.

Zeigen Sie die Grenzwertsätze

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\alpha a_n) = \alpha a$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n b_n) = ab$.

Aufg.5) Berechnen Sie den Grenzwert der Folge

$$\left(\frac{3n^2 + \sqrt{n^3 + n^2 - 1}}{4n^2 + 2n + 1} \right).$$