Humboldt-Universität zu Berlin
Lehrstuhl Logik in der Informatik
Prof. Dr. Nicole Schweikardt

27. Januar 2016

# Einführung in die Datenbanktheorie

Wintersemester 2015/2016

# Übungsblatt 12

**Bearbeitung:** *in den Übungen am 3./4. Februar 2016*

## Aufgabe 1: (33 Punkte)

Sei $\mathbf{S}$ ein beliebiges Datenbankschema und sei $\mathbf{I}$ eine beliebige Datenbank über $\mathbf{S}$. Sei $\textsc{Eval}_{\mathbf{I}}$ das folgendermaßen definierte Auswertungsproblem:

> $\textsc{Eval}_{\mathbf{I}}$
> *Eingabe:* Boolesche Anfrage $Q$ der relationalen Algebra über dem DB-Schema $\mathbf{S}$
> *Frage:* Ist $[\![Q]\!](\mathbf{I}) = $ "ja" ?

Zeigen Sie, dass das Problem $\textsc{Eval}_{\mathbf{I}}$ $\textsc{Pspace}$-vollständig ist.

## Aufgabe 2: (34 Punkte)

Sei $E$ ein 2-stelliges Relationssymbol. Betrachten Sie die Anfrage

$$Q: \qquad \{\, () : \qquad \forall x\, \forall y\, \forall z\, \big((E(x,y) \land E(y,z)) \to E(x,z)\big)\} .$$

Nach Theorem 6.23 existiert eine Schaltkreisfamilie $(\mathcal{C}_m)_{m\geqslant 1}$ von Schaltkreisen, so dass gilt:

- Es gibt eine Zahl $d \in \mathbb{N}$, so dass für jedes $m \geqslant 1$ gilt:
$$\mathcal{C}_m \text{ hat die Tiefe } \leqslant d.$$
- Es gibt eine Zahl $d' \in \mathbb{N}$ und eine Zahl $c \in \mathbb{N}$, so dass für jedes $m \geqslant 1$ gilt:
$$\mathcal{C}_m \text{ besteht aus maximal } m^{d'} + c \text{ vielen Gattern.}$$
- Für jedes $m \geqslant 1$ und jede Datenbank $\mathbf{I} \in \mathit{inst}(\{E\})$ mit $|\mathrm{adom}(\mathbf{I})| = m$ gilt:
$$\mathcal{C}_m \text{ akzeptiert Eingabe } \mathbf{I} \Leftrightarrow [\![Q]\!](\mathbf{I}) = \text{"ja"}$$

**(a)** Geben Sie die Schaltkreise $\mathcal{C}_1$ und $\mathcal{C}_2$ nach der Konstruktion von Theorem 6.23 an.

**(b)** Geben Sie $d$ und $d'$ an.

## Aufgabe 3: (33 Punkte)

Sei $E$ ein 2-stelliges Relationssymbol. Ein Element $v_0 \in \mathbf{dom}$ *liegt auf einem Kreis in* $\mathbf{I} \in \mathit{inst}(\{E\})$, falls es ein $k \geqslant 1$ und Elemente $v_1, \ldots, v_{k-1} \in \mathbf{dom}$ gibt, so dass

$$\Big\{\ (v_0,v_1)\,,\ (v_1,v_2)\,,\ (v_2,v_3)\,,\ \ldots,\ (v_{k-2},v_{k-1})\,,\ (v_{k-1},v_0)\ \Big\} \ \subseteq\ \mathbf{I}(E)$$

Beweisen Sie, dass die Anfrage $q$ mit $q(\mathbf{I}) := \Big\{\ v \in \mathbf{dom}\ :\ v \text{ liegt auf einem Kreis in } \mathbf{I}\ \Big\}$ nicht im relationaler Algebra beschrieben werden kann.