

Logik in der Informatik

Wintersemester 2014/2015

Übungsblatt 1

Abgabe: bis 29. Oktober 2014, 9.15 Uhr (vor der Vorlesung oder im Briefkasten zwischen den Räumen 3.401 und 3.402 im Johann von Neumann-Haus (Rudower Chaussee 25))

Bitte achten Sie darauf, dass Sie auf der Abgabe Ihrer Lösung Ihren **Namen**, Ihre **Matrikelnummer** und Ihre **Übungsgruppe** angeben. Fehlt eine dieser Angaben, müssen Sie mit **Punktabzug** rechnen. Mehrseitige Abgaben müssen per Tacker zusammengeheftet werden. Büroklammern oder kreative Faltungen sind **nicht** ausreichend. Eine verspätete Abgabe ist **nicht** möglich!

Für dieses Übungsblatt und **alle** folgenden gilt: Eine Aufgabe gilt nur dann als vollständig bearbeitet, wenn neben der Lösung auch die notwendigen Begründungen angegeben sind – es sei denn, in der Aufgabenstellung steht explizit, dass eine solche Begründung nicht erforderlich ist.

Aufgabe 1: (18 Punkte)

Welche der folgenden Wörter gehören gemäß der Definition 2.4 zur Menge AL? Welche gehören nicht dazu? Sie brauchen Ihre Antworten nicht zu begründen.

- | | | |
|--------------------------------------|-----------------------------|--|
| (a) V_{42} | (d) $(V_1 \rightarrow V_2)$ | (g) $(V_1 \rightarrow V_2) \rightarrow V_3$ |
| (b) $(\mathbf{0} \wedge \mathbf{1})$ | (e) $\neg\neg\neg\neg V_4$ | (h) $((V_1 \rightarrow V_2) \wedge (V_1 \leftarrow V_2))$ |
| (c) $(\mathbf{1} \vee \mathbf{2})$ | (f) $(V_1 \neq V_2)$ | (i) $(V_1 \wedge V_2)$ gdw. $\neg(\neg V_1 \vee \neg V_2)$ |

Aufgabe 2: (26 Punkte)

Gegeben sei die folgende aussagenlogische Formel $\psi := (V_3 \vee ((\neg V_1 \vee V_2) \rightarrow (\neg V_2 \wedge V_3)))$

- (a) Beweisen Sie, dass ψ zur Menge AL gehört.
- (b) Berechnen Sie den Wert $\llbracket \psi \rrbracket^{\mathcal{I}}$ unter der Interpretation $\mathcal{I} : \text{AS} \rightarrow \{0, 1\}$ mit $\mathcal{I}(V_1) = 1$, $\mathcal{I}(V_2) = 1$, $\mathcal{I}(V_i) = 0$ mit $i \notin \{1, 2\}$ in nachvollziehbaren Schritten.
- (c) Geben Sie den Syntaxbaum der Formel ψ in seiner Kurzform an.

Aufgabe 3: (31 Punkte)

Heute ist Sheldons Geburtstag. Penny hat ihm deshalb gestern einen Erdnusskuchen gebacken. Diesen hat sie vorsichtshalber über Nacht auf ihrem Küchenschrank versteckt. Da Sheldon, sein Mitbewohner Leonard und ihre Freunde Raj und Howard jedoch gelegentlich für Penny Pakete entgegennehmen und in Ausnahmefällen sogar nächtens ihr Appartement aufräumen, haben sie einen Zweitschlüssel für ihre Tür. So ist das Unvermeidliche geschehen: Sheldons Geburtstagskuchen ist am Morgen – bis auf einige Krümel – unauffindbar.

Penny hat fest geschlafen und versucht nun, den oder die Schuldigen zu finden. Folgendes steht fest:

- I. Abgesehen von Sheldon, Leonard, Raj und Howard (sowie Penny, die den Kuchen aber bestimmt nicht gegessen hat) hat niemand sonst einen Schlüssel zu Pennys Appartement.
- II. Howard hat sich aufgrund seiner Erdnussallergie nicht am Kuchenraub beteiligt.

- III. Raj hätte sich höchstens getraut, in Pennys Appartement einzubrechen, wenn Sheldon vorangegangen wäre.
- IV. Wenn Sheldon in Pennys Appartement eingebrochen wäre, dann wäre Leonard mitgekommen, um Schlimmeres zu verhindern.
- V. Leonard ist zu klein, um den Kuchen vom Küchenschrank zu holen und war daher – wenn überhaupt – sicher kein Einzeltäter.
- (a) Übersetzen Sie die Aussagen I–V in aussagenlogische Formeln, die den jeweiligen Sachverhalt widerspiegeln. Benutzen Sie dazu die Aussagensymbole H, L, R und S mit der Bedeutung, dass **H**oward beziehungsweise **L**eonard, **R**aj oder **S**heldon am Kuchenraub beteiligt waren.
- (b) Stellen Sie eine aussagenlogische Formel φ auf, die ausschließlich die Aussagensymbole H, L, R und S benutzt und die widerspiegelt, dass die Forderungen I–V gleichzeitig erfüllt sein müssen.
- (c) Stellen Sie eine Wahrheitstafel für die Formel φ auf.
- (d) Kann es sein, dass das Geburtstagskind Sheldon von seinem eigenen Geburtstagskuchen genascht hat? Wenn ja, geben Sie eine Interpretation \mathcal{I} mit $\mathcal{I}(S) = 1$ an, die ein Modell der Formel φ ist.
- (e) Können Sie sicher sein, dass Raj unter den Schuldigen ist? Wenn nein, so geben Sie eine Interpretation \mathcal{I}' mit $\mathcal{I}'(R) = 0$ an, die ein Modell der Formel φ ist.

Aufgabe 4:

(25 Punkte)

Bestandteil der Vorlesung wird auch die Programmiersprache Prolog sein. Um sich mit Prolog vertraut zu machen, empfehlen wir Ihnen das (im Internet frei verfügbare) Buch „Learn Prolog Now!“, das Sie unter <http://www.learnprolognow.org> erreichen.

- (a) Arbeiten Sie Kapitel 1 des Buchs durch. Das heißt *nicht nur* lesen, sondern Sie sollten sich auch mit der Bedienung des Prolog-Systems vertraut machen. Unter <http://www2.informatik.hu-berlin.de/logik/lehre/WS14-15/Logik/swi.html> finden Sie eine Kurzanleitung dazu. Sie sollten auf jeden Fall dazu in der Lage sein, z.B. die Beispiele aus dem Buch problemlos in Prolog ausprobieren zu können.
- (b) Gegeben sei folgendes Prologprogramm.

```

1      good_dancer(vincent).
2      gives_footmassage(antwan, mia).
3      loves(mia, X) :- good_dancer(X).
4      kills(marsellus, X) :- gives_footmassage(X, mia).
5      kills(marsellus, X) :- loves(mia, X).
6      dead(zed).
7      dead(X) :- kills(_, X).

```

Wie reagiert Prolog auf die folgenden Anfragen:

- (i) `?- good_dancer(marsellus).` (iv) `?- loves(X, vincent).`
- (ii) `?- gives_footmassage(antwan, mia).` (v) `?- kills(marsellus, X).`
- (iii) `?- loves(mia, antwan).` (vi) `?- dead(X).`

- (c) Stellen Sie dem in (b) gegebenen Prologprogramm die Zeile

```

1      good_dancer(mia).

```

voran.

Wie reagiert Prolog nun auf die Anfrage `?- dead(X).`? Begründen Sie!