

Logik und Komplexität

Sommersemester 2018

Übungsblatt 3

Zu bearbeiten bis 22. Mai 2018

Bemerkung: In den Aufgaben 3 und 4 wird der Satz von Doner (1970), Thatcher und Wright (1968) gezeigt, der Folgendes besagt:

Sei Σ ein endliches (nicht-leeres) Alphabet und sei $L \subseteq T_\Sigma$ eine Baumsprache.
Die folgenden Aussagen sind äquivalent:

- (a) L ist regulär.
- (b) L ist EMSO-definierbar.
- (c) L ist MSO-definierbar.

Aufgabe 1: **(25 Punkte)**

Sei Σ ein endliches Alphabet. Ist das folgende Problem entscheidbar? Beweisen Sie, dass Ihre Antwort korrekt ist.

ENDLICHES ERFÜLLBARKEITSPROBLEM FÜR $\text{MSO}[\sigma_\Sigma]$ AUF WORTEN

Eingabe: Ein $\text{MSO}[\sigma_\Sigma]$ -Satz φ .

Frage: Gibt es ein $w \in \Sigma^+$, so dass $\mathcal{A}_w \models \varphi$?

Aufgabe 2: **(13 + 12 = 25 Punkte)**

Beweisen Sie die Aussagen (b) und (d) aus Lemma 2.14 der Vorlesung, d.h. konstruieren Sie die gesuchten nichtdeterministischen endlichen Automaten $\mathbb{A}_{le}(X_i, X_j)$ und $\mathbb{A}_{symb_a}(X_i)$.

Aufgabe 3: **(25 Punkte)**

Sei Σ ein (nicht-leeres) endliches Alphabet.

Zeigen Sie: Jede reguläre Baumsprache $L \subseteq T_\Sigma$ ist EMSO-definierbar.

Aufgabe 4: **(25 Punkte)**

Sei Σ ein (nicht-leeres) endliches Alphabet.

Zeigen Sie: Jede MSO-definierbare Baumsprache $L \subseteq T_\Sigma$ ist regulär.