Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik
Lehrstuhl Logik in der Informatik
Dr. Christoph Berkholz

Version vom 08. Juni 2017

Einführung in die Beweiskomplexität

Sommersemester 2017

Übungsblatt 3

Zu bearbeiten bis 12. Juni 2017

Bitte geben Sie die schriftlichen Lösungen der Übungsaufgaben vor der Lehrveranstaltung am 12. Juni ab. Sie dürfen die Aufgaben zu zweit bearbeiten und abgeben. Bitte beachten Sie dabei, dass jeder von Ihnen in der Lage sein muss, die Lösung aller bearbeiteten Aufgaben in der Lehrveranstaltung zu präsentieren.

Aufgabe 1: **(12 Punkte)**

Zeigen Sie, dass jeder $n \times n$ $(\Delta, \alpha \cdot n, c')$-Expander ein $n \times n$ $(\Delta, \alpha \cdot n, 2c' - \Delta)$-Boundary-Expander ist.

Aufgabe 2: **(12 Punkte)**

Zeigen Sie, dass die Ungleichung $\sum_{i=1}^{n} -x_i \geqslant -1$ für alle $n \geqslant 2$ eine Ableitung der Länge $O(n^2)$ im Cutting-Plane Kalkül aus der Klauselmenge $\Big\{\{\overline{x}_i, \overline{x}_j\} \mid 1 \leqslant i < j \leqslant n\Big\}$ besitzt.

Aufgabe 3: **(12 Punkte)**

Zeigen Sie, dass für alle $n \geqslant 1$ die Klauselmenge PHP_n^{n+1} im Cutting-Plane Kalkül eine Widerlegung der Länge $O(n^3)$ hat.

Tipp: Verwenden Sie die Aussage aus Aufgabe 2.

Aufgabe 4: **(12 Punkte)**

Pudlak hat gezeigt, dass CLIQUE_n^k (für ein geeignets k) keinen interpolierenden monotonen reellen Schaltkreis polynomieller Größe besitzt (Satz 3.6 in den Notizen).

Beweisen Sie die folgende analoge Aussage für monotone DNFs[1]:

Für alle $k \geqslant 2$ und $n = k^2$ hat jede monotone interpolierende DNF von CLIQUE_n^k mindestens $2^{\sqrt{n}}$ Terme.

[1] Eine *monotone DNF* ist eine Disjunktion von Konjunktionen (Termen) von Variablen $x_{\{v,w\}}$ (mit $1 \leqslant v < w \leqslant n$).