INSTITUT FÜR INFORMATIK
KOMPLEXITÄT UND KRYPTOGRAFIE
PROF. DR. JOHANNES KÖBLER

WS 2004/05
25. JANUAR 2005

Theoretische Informatik II

Lösungen zur 6. Serie

Aufgabe 30 [*3 Punkte*]

Sei A eine kontextfreie Sprache und B sei eine reguläre Sprache.

1. Zeigen Sie, dass $A \cap B$ kontextfrei ist.
2. Ist $A - B$ kontextfrei?

Lösung

1. Sei $M_1 = (Z_1, \Sigma, \Gamma, \delta_1, q_1, \#)$ ein PDA mit $L(M_1) = A$ und sei $M_2 = (Z_2, \Sigma, \delta_2, q_2, E)$ ein DFA mit $L(M_2) = B$. Betrachte den PDA

$$M = (\{q_0\} \cup (Z_1 \times Z_2), \Sigma, \Gamma \cup \{\$\}, \delta, q_0, \$)$$

mit

$$\begin{array}{rrcll} \delta: & q_0\varepsilon\$ & \rightarrow & (q_1, q_2)\#\$ & \\ & (z_1, z_2)uA & \rightarrow & (z_1', \delta_2^*(z_2, u))\gamma, & (z_1', \gamma) \in \delta_1(z_1, u, A) \text{ und } z_2 \in Z_2, \\ & (z_1, z_2)\varepsilon\$ & \rightarrow & q_0, & z_1 \in Z_1 \text{ und } z_2 \in E. \end{array}$$

Dann ist leicht zu sehen, dass $L(M) = A \cap B$ ist, da M seinen Keller bei Eingabe x genau dann leeren kann, wenn dies auch für M_1 möglich ist und $\delta_2^*(q_2, x) \in E$ ist.

2. Klar, da $A - B = A \cap \bar{B}$ und REG unter Komplementbildung abgeschlossen ist.