INSTITUT FÜR INFORMATIK
KOMPLEXITÄT UND KRYPTOGRAFIE
PROF. DR. JOHANNES KÖBLER

WS 2004/05
30. NOVEMBER 2004

Theoretische Informatik II

7. Übung

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 6., 7. und 9. Dezember
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 13., 14. und 16. Dezember

Aufgabe 34 [*mündlich*]

Gegeben sei die Grammatik $G = \big(\{S, A\},\ \Sigma,\ P,\ S\big)$ mit dem Terminalalphabet $\Sigma = \big\{\ \texttt{(}, \texttt{)}, \texttt{]}\ \big\}$ und den Produktionen

$$\begin{array}{lll} S \to \varepsilon & S \to \texttt{(}S\texttt{)} & A \to \texttt{(}SA \\ S \to A\texttt{]} & S \to SS & A \to \texttt{(}S \end{array}$$

1. Beschreiben Sie die von G erzeugte Sprache informal.
2. Konstruieren Sie einen PDA, der $L(G)$ erkennt. Wenden Sie hierzu das in der Vorlesung zum Beweis der Inklusion CFL $\subseteq \{\, L(M) \mid M$ ist ein PDA $\}$ benutzte Verfahren an.

Aufgabe 35 [*mündlich*]

Ein EPDA (Extended PDA) sei definiert als ein 6-Tupel $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, E)$, wobei Z, Σ, Γ und q_0 die gleiche Funktion haben wie in einem PDA, aber $E \subset Z$ eine Menge von Endzuständen ist und die Überführungsfunktion δ die Form

$$\delta\colon Z \times \Sigma^* \times \Gamma^* \to \mathcal{P}_e(Z \times \Gamma^*)$$

hat, wobei $\{(q, x, \alpha) \mid \delta(q, x, \alpha) \neq \emptyset\}$ endlich ist. Das Kelleranfangszeichen entfällt.

Analog zum PDA wird für alle $(p, \gamma) \in \delta(q, x, \alpha)$ die Konfigurationsfolge durch $(q, xy, \alpha\beta) \vdash (p, y, \gamma\beta)$ definiert. Die von M akzeptierte Sprache ist dann

$$L(M) = \{x \in \Sigma^* \mid \exists p \in E : (q_0, x, \varepsilon) \vdash^* (p, \varepsilon, \varepsilon)\}\,.$$

1. Zeigen Sie, dass die von EPDAs erkannten Sprachen gerade die kontextfreien sind.
2. Zeigen Sie, dass ohne die Einschränkung „$\{(q, x, \alpha) \mid \delta(q, x, \alpha) \neq \emptyset\}$ endlich“ jede Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ von einem EPDA erkannt wird.

3. Welche Sprachen können von PDAs mit einer Überführungsfunktion der Form

$$\delta\colon Z \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma \to \mathcal{P}(Z \times \Gamma^*)$$

erkannt werden?

Aufgabe 36 [*mündlich*]

1. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G für die Sprache

$$L := \{w \in \{a,b\}^* \mid \#_a(w) > \#_b(w)\}$$

an und bringen Sie diese Grammatik in Chomsky-Normalform.

2. Überprüfen Sie Ihre Lösung, indem Sie mit dem CYK-Algorithmus nachweisen, dass das Wort $baaba \in L$ wirklich von Ihrer Grammatik G erzeugt wird.

Aufgabe 37 [*6 Punkte*]

Gegeben sei die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit den Variablen $V = \{S, L, R\}$, dem Terminalalphabet $\Sigma = \{a, b\}$ und den Produktionen $S \to LR, SS, a$ sowie $L \to a$ und $R \to SR, b$.

1. Geben Sie alle ableitbaren Satzformen (Wörter über dem Alphabet $V \cup \Sigma$) an, deren Länge höchstens 3 ist.

2. Entscheiden Sie, ob $aaaabb = a^4b^2 \in L(G)$ ist, indem Sie den CYK-Algorithmus anwenden.

Aufgabe 38 [*4 Punkte*]

Zeigen Sie an Hand der Sprache

$$L = \{a^i b^j c^k d^l \mid i = 0 \text{ oder } j = k = l\},$$

dass die Umkehrung des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen im Allgemeinen falsch ist.