Institut für Informatik
Komplexität und Kryptografie
Prof. Dr. Johannes Köbler

WS 2004/05
16. November 2004

Theoretische Informatik II

5. Übung

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 22., 23. und 25. November
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 29. und 30. 11. sowie am 2. 12.

Aufgabe 23 [*mündlich*]

Zeigen Sie, dass die Klasse der regulären Sprachen unter den folgenden Operationen abgeschlossen ist (Σ ist beliebig).

1. $\mathit{postfix}(L) = \{ v \in \Sigma^* \mid \exists u \in \Sigma^* : uv \in L \}$,
2. $\mathit{cycle}(L) = \{ vu \in \Sigma^* \mid uv \in L \}$.

Aufgabe 24 [*3 Punkte*]

Finden Sie Grammatiken für die folgenden Sprachen über $\Sigma = \{a, b\}$:

$L_1 = \{ w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ kommt } abab \text{ als Teilwort vor} \}$, [*mündlich*]

$L_2 = \{ w \in \Sigma^* \mid \text{jeder zweite Buchstabe in } w \text{ ist ein } a \}$, [*mündlich*]

$L_3 = \{ w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ kommen doppelt soviele } a\text{'s wie } b\text{'s vor} \}$. [*3 Punkte*]

Aufgabe 25 [*mündlich*]

Sei L eine *beliebige* Sprache über dem einelementigen Alphabet $\Sigma = \{0\}$. Zeigen Sie, dass L^* regulär ist.

Aufgabe 26 *[4 Punkte]*

Gegeben seien die beiden Grammatiken

$$\begin{aligned} G_1 &= \big(\{S\},\ \{a,b\},\ \{S \to ababS, abab\},\ S\big)\,, \\ G_2 &= \big(\{S,T\},\ \{a,b\},\ \{S \to aS, abT;\ T \to aT, abS, ab\},\ S\big)\,. \end{aligned}$$

1. Geben Sie jeweils reguläre Ausdrücke für die Sprachen an, die durch diese Grammatiken erzeugt werden. *[mündlich]*
2. Geben Sie jeweils eine links- und eine rechtsreguläre Grammatik an, die dieselbe Sprache erzeugt. Eine linksreguläre Grammatik darf hierbei nur Produktionen der Bauart $A \to a$, $A \to Ba$ oder $A \to \varepsilon$ enthalten. Der Begriff einer rechtsregulären Grammatik ist analog definiert, entspricht also dem in der Vorlesung definierten Typ einer regulären Grammatik. *[4 Punkte]*

Aufgabe 27 *[3 Punkte]*

Links- und rechtsreguläre Grammatiken wurden in der vorigen Aufgabe definiert.

1. Zeigen Sie allgemein, dass eine Sprache genau dann von einer linksregulären Grammatik erzeugt werden kann, wenn es eine rechtsreguläre Grammatik für sie gibt. *[mündlich]*
2. Können von Grammatiken, die nur Produktionen der Form $A \to a$, $A \to Ba$, $A \to aB$ und $A \to \varepsilon$ enthalten, auch nicht-reguläre Sprachen erzeugt werden? *[3 Punkte]*

Aufgabe 28 *[mündlich]*

In der Vorlesung wurde eine Grammatik angegeben, die reguläre Ausdrücke über einem gegebenen Alphabet Σ erzeugt. Geben Sie einen Kellerautomaten an, der die von dieser Grammatik erzeugte Sprache erkennt. Sie brauchen diese Eigenschaft nicht nachzuweisen.