Humboldt–Universität zu Berlin
Institut für Informatik
PD Dr. L. Popova-Zeugmann

Übungsaufgaben zur Vorlesung Lineare Optimierung SS 2020

Übungsblatt 6
Abgabe 8. Juni 2020, 9:00 Uhr

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Lösen Sie folgende LOA mit der Simplexmethode!

$33x_1 + 13x_2 + 18x_3 \longrightarrow \max$

$$\begin{cases} 8x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 32 \\ 12x_1 + 5x_2 + 7x_3 \leq 51 \\ 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 21 \\ x_1 + x_2 + x_3 \geq 3 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass Definition 2 und Definition 3 aus der Vorlesung (Dualität) äquivalent sind.

Erinnerung:

Def. 2: Sei die LOA (P) *wie folgt definiert:*

$$(P) \quad \max\{< c, x >| \; Ax = b, x \geq 0\}.$$

Dann heißt die LOA (D) *mit*

$$(D) \quad \min\{< b, u >| \; A^T u \geq c\}$$

die zu (P) duale Aufgabe.

Def. 3: Sei die LOA (P) *wie folgt definiert:*

$$(P) \quad \max\{< c, x >| \; \begin{array}{l} A_1 x = b_1 \\ A_2 x \leq b_2 \\ x \geq 0 \end{array} \}.$$

Dann heißt die LOA (D) *mit*

$$(D) \quad \min\{< \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix} >| \; A_1^T v + A_2^T w \geq c, w \geq 0\}$$

die zu (P) *duale Aufgabe.*

Aufgabe 3: (8 Punkte)

Sei
$$(P)\max\{< c, x > \mid A \cdot x \leq b, x \geq 0_n\} \text{ mit } A \in \mathcal{M}(m, n)$$
eine LOA und
$$(D)\min\{< b, y > \mid A^T \cdot y \geq c, y \geq 0_m\}$$
ihre duale. Wenn (P) nicht lösbar ist, weil die Zielfunktion auf dem Restriktionsbereich unbeschränkt wachen kann, welchen Wert hat dann die Zielfunktion der dualen Aufgabe $ZF_{(D)}$? Beweisen Sie ihre Behauptung.