Humboldt–Universität zu Berlin
Institut fÜr Informatik
PD Dr. L. Popova-Zeugmann

Übungsaufgaben zur Vorlesung Lineare Optimierung SS 2017

Übungsblatt 2
3.5.2017, Abgabe 10.5.2017, vor der Vorlesung

Aufgabe 1 : (4 Punkte)

Für die Pflanzenproduktion eines landwirtschaftlichen Betriebes stehen vier Kulturen K_1, K_2, K_3 und K_4 zur Auswahl. Die Gewinne je Erzeugniseinheit der Kultur betragen 100 Euro, 50 Euro, 80 Euro und 30 Euro. Für die Kulturen K_2 und K_4 sind Mindesproduktionsmengen in der Höhe von 15 bzw. 13 ME vorgeschrieben. Außerdem soll die Produktion der Kulturen K_1 und K_3 zusammen 21 ME nicht übersteigen.

Es liegen folgende Angaben vor:

	K_1	K_2	K_3	K_4
Benötigte Anbaufläche [ha/ME]	40	10	20	30
Benötigte Arbeitskräfte [AK/ME]	5	2	6	4
Kosten für Saatgut	30	20	20	10
Aufwand an Mineraldünger [Euro/ME]	5	7	2	6
Aufwand an Chemikalien zur Unkrautbekämpfung [ME/ME]	3	1	2	1
Kosten für fremde Leistungen	1	2	1	

Die gesamte zur Verfügung stehende Nutzfläche beträgt 1080 ha. Die Anzahl der vorhandenen Arbeitskräfte im betrachteten Zeitraum ist 108. 6000 Euro stehen für das Saatgut zur Verfügung, bei Mineraldünger sind es 210 Euro, bei Chemikalien 72 ME. Für fremde Leistungen sind 2400 Euro verfügbar. Zu bestimmen sind diejenigen Produktionsmengen bei den vier Kulturen, die den Gesamtgewinn des Betriebes zu einem Maximum machen.

Formulieren Sie das Modell!

Aufgabe 2 (konvexe Mengen): (8 Punkte)

Sei $M \subseteq \mathbb{R}^n$ eine konvexe Menge. Zeigen Sie für beliebiges $k \in \mathbb{N}^+$, dass jede konvexe Kombination aus k Punkten aus M stets in M liegt.

Aufgabe 3 (fakultativ): (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass für beliebige reelle Zahlen a und b jeder Punkt $x^* = \begin{pmatrix} x_1^* \\ x_2^* \end{pmatrix}$ mit der Eigenschaft

$$\frac{(x_1^*)^2}{a^2} + \frac{(x_2^*)^2}{b^2} = 1$$

ein Extremalpunkt (Ecke) in der Menge

$$E(a,b) := \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{x_1^2}{a^2} + \frac{x_2^2}{b^2} \leq 1 \}$$

ist .